

PROBABILITES	Activité d'introduction
--------------	-------------------------

Objectifs :

- Exploiter un arbre de probabilités.
- Déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins.

CONTEXTE

Fiabilité des tests virologiques

Pour lutter contre une épidémie, des tests de dépistage sont mis en place.

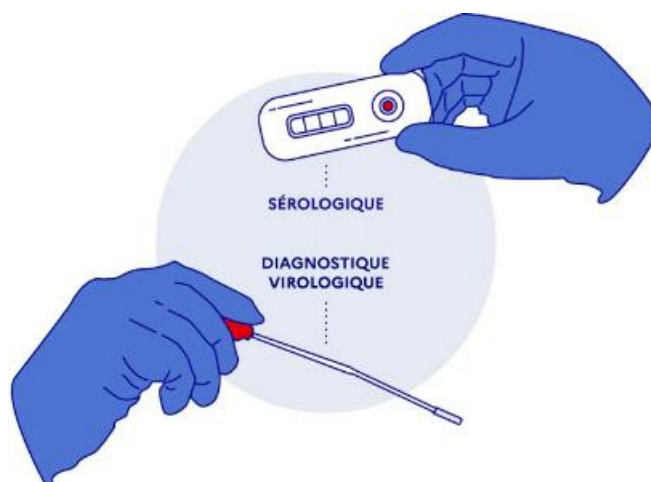
Il existe des tests **sérologiques** qui consistent à rechercher la présence d'anticorps (preuve de la réponse immunitaire de l'organisme) et des tests **virologiques** qui permettent de déterminer si une personne est contagieuse ou non.

Toutefois, les tests virologiques ne sont pas fiables à 100 %.

Le test virologique GAMMA est réalisé sur des personnes dont on sait que 2 % sont porteuses du virus.

On constate que :

- si une personne est malade, le test est positif dans 93 % des cas ;
- si une personne est saine, le test est négatif dans 95 % des cas.



Problématique : En choisissant une personne au hasard, quel est le pourcentage de chance que le test soit positif ?



1. Proposez un protocole afin de répondre à la problématique.

0 1 2 3

Etape 1 : Envisager les évènements M « la personne est malade » et T « le test est positif ».

Etape 2 : Construire un arbre de probabilité qui représente les réalisations possibles de ces évènements et leurs évènements contraires.

Etape 3 : Traduire les pourcentages et donner leurs écritures décimales, puis les positionner sur les branches de l'arbre.



Appel 1

PARTIE A : ARBRE DE PROBABILITES

Pour connaître le pourcentage de chance que « le test d'une personne prise au hasard soit positif ».

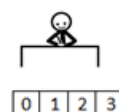
Il est possible d'avoir recours à un arbre de probabilités sur lequel figurent les données de la situation problème.

On nomme les évènements M « la personne est malade » et T « le test est positif ».

2. Calculer la probabilité $P(M)$ et en déduire $P(\bar{M})$.



Sachant que \bar{M} est l'évènement contraire de M, on peut écrire $P(M) = 1 - P(\bar{M})$



$P(M) = 0,02$ selon le contexte, on en déduit que $P(\bar{M}) = 1 - 0,02 = 0,98$.

3. Cochez la bonne réponse :

La phrase « Si une personne est malade, le test est positif dans 93 % des cas » se traduit en langage de probabilité par :

☐ $P_T(M)$

☐ $P_M(T)$

☐ $P(M \cap T)$



0 1 2 3

4. De la même façon que la question précédente, traduisez en langage de probabilité la phrase
« Si une personne est saine, le test est négatif dans 95 % des cas ».



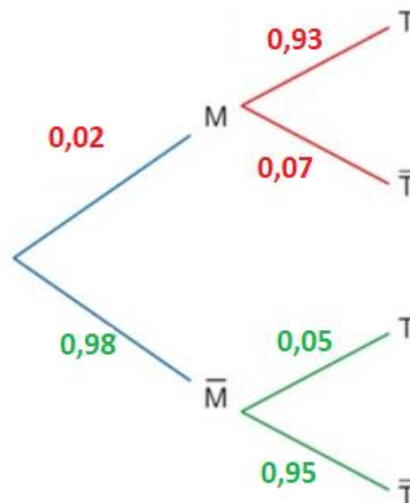
0 1 2 3

$P_{\bar{M}}(\bar{T}) = 0,95$ selon le contexte.

5. Construisez la première partie de l'arbre de probabilités représentant cette situation.
Notez les probabilités connues sur les branches adéquates et déduisez-en celles sur les branches restantes :



0 1 2 3



Appel 2

PARTIE C : PROBABILITES D'UN CHEMIN

Le chemin MT sur l'arbre représente l'évènement « être malade et être testé positif ».

Il est noté : $M \cap T$

6. Exprimez $P(M \cap T)$ en utilisant la formule des probabilités conditionnelles $P_M(T) = \frac{P(M \cap T)}{P(M)}$



0 1 2 3

$$P(M \cap T) = P_M(T) \times P(M)$$

7. Calculez $p(M \cap T)$.



0 1 2 3

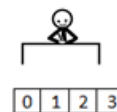
$$P(M \cap T) = 0,93 \times 0,02 = 0,0186$$

8. De la même manière, calculez les probabilités suivantes.

- Pour le chemin $M\bar{T}$: $P(M \cap \bar{T}) = 0,02 \times 0,07 = 0,0014$

- Pour le chemin $\bar{M}T$: $P(\bar{M} \cap T) = 0,98 \times 0,05 = 0,049$

- Pour le chemin $\bar{M}\bar{T}$: $P(\bar{M} \cap \bar{T}) = 0,98 \times 0,95 = 0,931$



PARTIE D : FORMULES DES PROBABILITES TOTALES

Pour connaître la probabilité de réalisation de l'évènement T, il faut additionner toutes les probabilités des chemins menant à T et noter le résultat en fin de chemin.

9. Complétez la phrase suivante :

L'évènement T « être positif » se retrouve au bout des chemins MT et $\bar{M}T$, donc :

$P(T) = P(\bar{M} \cap T) + P(M \cap T) = 0,049 + 0,0186 = 0,0676$



Problématique : En choisissant une personne au hasard, quel est le pourcentage de chance que le test soit positif ?

10. Répondez à la problématique.

Il y a 6,76 % de chance que le test soit positif soit une probabilité de 0,0676



PROBABILITES	<p align="center">Activité d'introduction</p> <p align="center">Compétences évaluées</p>
--------------	--

Nom/Prénom :							
Compétences	Connaissances et compétences associées	Questions	NM (1)	MF (2)	MS (3)	TBM (4)	Pts
Analyser -Raisonner	Choisir un protocole.	1					$\frac{\dots}{2}$
Réaliser	Mettre en œuvre une méthode de résolution.	5 ;8					$\frac{\dots}{3}$
Communiquer	Rendre compte d'un résultat à l'écrit.	9 ;10					$\frac{\dots}{3}$
Posture, implication							$\frac{\dots}{2}$