En route vers le BTS

Livret à destination
des élèves
de terminale

BAC PRO

SOMMAIRE

Document réalisé par le Groupe de Travail Maths-Sciences-Ac-REUNION 2024

1 Langage Mathématique

CE QU'IL FAUT SAVOIR : | SOMMAIRE

1. En mathématiques, on utilise souvent des lettres pour

Une valeur inconnue à déterminer :

- sans contexte, on travaille souvent avec la lettre x
- on peut s'adapter au contexte en choisissant une lettre majuscule ou une minuscule (exemples : σ pour un écart type, S pour une surface…)

Une variable : sa valeur évolue, varie

- x, y, z : variables dans le plan muni d'un repère — t : un temps
- n : désigne souvent une puissance — i : indique souvent un indice

Une fonction :

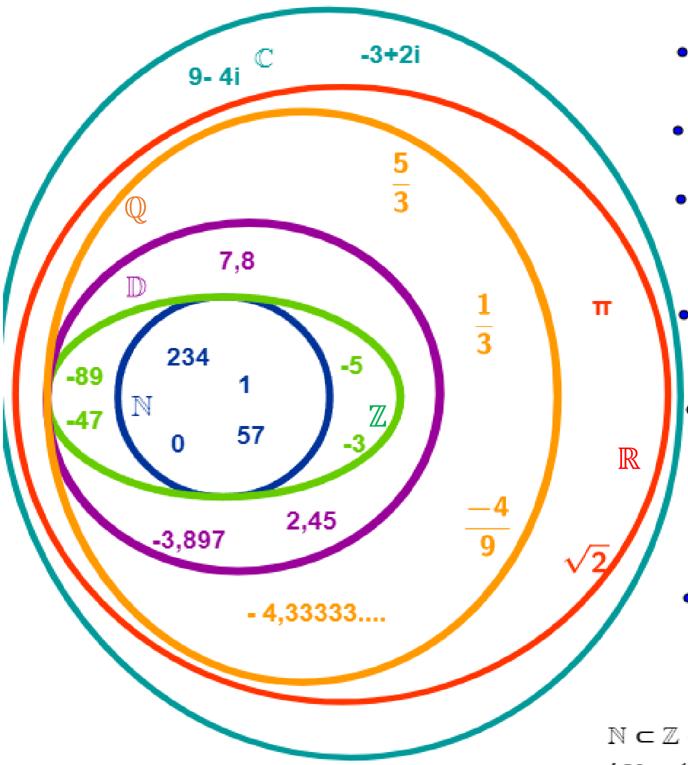
- une lettre minuscule le plus souvent f, g, u, v ...
- une majuscule est possible. Par exemple F, qui désigne une primitive de f
- plusieurs lettres sont possibles : $sin, cos, exp, ln, log, tan$

Un angle : on utilise souvent des lettres grecques ϴ, α, β, φ…

2. Notion d'intervalle et d'encadrement

https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=lDPKFCR6eBw ou

3. Appartenance, inclusion, ensemble, élément …



- ℕ est l'ensembles des entiers naturels (entiers positifs) sans signe ni virgule.
- ℤ est l'ensemble des entiers relatifs (positifs ou négatifs avec un signe mais sans virgule.
- 𝔻 est l'ensemble des nombres décimaux (du type $\frac{a}{10^n}$ avec a∈ℤ et n∈ℕ). Ils ont un nombre fini de décimale.
- ℚ est l'ensemble des nombres rationnels (du type a/b avec a∈ℤ et b ∈ℕ*)
- ℝ est l'ensemble des réels. ℝ est formé des nombres rationnels et des nombres irrationnels. Les irrationnels ne peuvent pas s'écrire sous la forme a/b comme les rationnels.
- ℂ est l'ensemble des nombres complexes formés d'une partie réelle et d'une partie imaginaire telle que i² = -1.

ℕ ⊂ ℤ ⊂ 𝔻 ⊂ ℚ ⊂ ℝ ⊂ ℂ

(ℕ est inclus dans ℤ lui même inclus dans 𝔻… .)

THÈME : LANGAGE MATHÉMATIQUE

NIVEAU	■ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

<table>
<tr><th><u>Ce que je vois :</u></th><th><u>Coche ce qui est vrai</u></th></tr>
<tr><td>On veut résoudre l'équation suivante dans $\mathbb{R}$:
$2x^2 - 3x + 4 = 0$</td><td>☐ « x » désigne une valeur recherchée
☐ Il y a plusieurs solutions dans $\mathbb{R}$.</td></tr>
<tr><td>15 g de sucre</td><td>☐ « g » est une unité
☐ « g » est une valeur inconnue</td></tr>
<tr><td>$g = 9{,}81 N/kg$</td><td>☐ « g » est une unité
☐ « g » est une grandeur physique</td></tr>
<tr><td>Cette personne de $1{,}75m$ a une masse $m = 66kg$</td><td>☐ Il y a 3 « m » dans la phrase
☐ Le premier « m » désigne une unité de longueur</td></tr>
<tr><td>$exp(1)$ est la constante d'Euler</td><td>☐ $exp(1) = e^1$
☐ $exp(1) = e$
☐ $exp(1) \approx 2{,}71$</td></tr>
<tr><td>f est une fonction constante sur un intervalle I.</td><td>☐ Je peux écrire F au lieu de f sur ma copie
☐ Une primitive F de la fonction f est une fonction affine sur I.</td></tr>
<tr><td>Un point M est représenté dans un plan muni d'un repère, à l'aide de son abscisse x et de son ordonnée y</td><td>☐ Je peux écrire $M(x; y)$
☐ Je peux écrire $M(y; x)$
☐ x et y sont des nombres réels.</td></tr>
<tr><td><table>
<tr><td>Année</td><td>2013</td><td>2014</td><td>2015</td><td>2016</td><td>2017</td><td>2018</td></tr>
<tr><td>Rang x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Nbre d'adhérents y_i</td><td>3</td><td>5</td><td>11</td><td>12</td><td>14</td><td>24</td></tr>
</table>
On représente le nuage de points $(x_i; y_i)$</td><td>☐ Le point $(x_4; y_4)$ représente l'année 2016
☐ Il y aura 5 points au total</td></tr>
<tr><td>$2x + \frac{1}{3}x - x = ?$</td><td>☐ $\left(2 + \frac{1}{3} - 1\right) x$
☐ Le résultat est $\frac{2}{3}x$</td></tr>
<tr><td>Soient n, m deux entiers relatifs et $a \text{ et } b$ deux nombres réels non nuls.
• $a^n \times a^m = a^{n+m}$
• $(a^m)^n = a^{m \times n}$
• $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
• $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
• $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
• $Par\ convention, a^0 = 1$</td><td>1. Ces propriétés sur les puissances sont à connaitre par cœur
2. $x^2 \times x^3 = x^5$
3. $x^2 + x = x^3$
4. $x \times x = x^2$</td></tr>
<tr><td>« Les 1 cachés »
Si je vois x, je vois aussi…</td><td>1. $1x$
2. x^1
3. $\frac{x}{1}$</td></tr>
<tr><td>Calculer la dérivée de la fonction définie par $f(x) = 3x + 1$</td><td>1. Je dois utiliser l'expression de f
2. Je nomme la dérivée f'</td></tr>
<tr><td>$\frac{x}{2}\ s'écrit\ \ aussi$</td><td>☐ $\frac{1}{2}x$
☐ $0{,}5x$</td></tr>
</table>

THÈME : LANGAGE MATHÉMATIQUE			
NIVEAU	☐ DÉBUTANT	■ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

1 : Donner l'intervalle de définition des fonctions suivantes :

$f(x) = lnx$ ……………… $g(x) = exp(x)$ ……………… $h(x) = \sqrt{x}$ ………………

2 : Comparer les expressions ci-dessous en utilisant le symbole qui peut convenir parmi ceux du tableau :

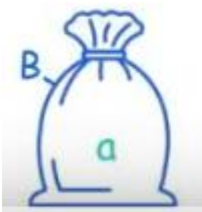
>	≥	<	≤	≃	=	≠

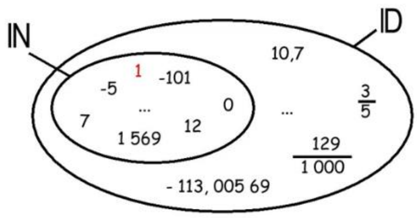
- $0{,}8 \quad \ldots \quad -74$
- $2{,}333 \quad \ldots \quad 2{,}33$
- $\dfrac{x}{2} \quad \ldots. \quad \dfrac{1}{2}x$
- $x + x \quad \ldots \quad x^2$
- $2x - x \quad \ldots. \quad -2x + x$
- $x + x + x \quad \ldots \quad 3x$

3 : Cocher ce qui est vrai.

1. $x \in [0; +10]$ veut dire que x est positif.
2. $x \in [-5; +5]$ veut dire que $-5 \leq x < 5$
3. $x \in]-\infty; +1000]$ veut dire que x peut valoir 0
4. $-1 < x < 0$ veut dire : $x \in]-1; 0[$
5. $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$ veut dire : $\theta \in \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

4 : Compléter les cadres : ⊂ ou ∈ ?





5 :

a est un objet dans le sac B $a \ldots B$	$1 \ldots N$ et $N \ldots D$ Donc $1 \ldots D$	$A \ldots B$

Entourer tous les intervalles qui sont inclus dans $[0; +10]$

$[-1; 1]$	$[0{,}5; 0{,}8]$	$]0; +10]$	$5; 11$

6 : Colorier de la même couleur les cases qui vont ensemble

On rassemble tout ce qui appartient à A et à B

A inter B

$A \cup B$

A union B

ce qui appartient à la fois à A et à B

$A \cap B$

Ce que je vois :	**Coche ce qui est vrai**
$f(x) = 2x^2 + 1$	☐ « $f(x)$ » se lit « f de x » ☐ $f(-1) = 3$
$sin^{-1}(x)$ *est le sinus inverse de* x	☐ Je peux le calculer à la machine si x est connu ☐ Le nombre obtenu peut être plus grand que 1 ☐ $sin^{-1}(x) = sin(x^{-1})$
$sin(\alpha) \times sin(\alpha) = ?$	☐ $sin(\alpha^2)$ ☐ $sin^2(\alpha)$ ☐ On obtient un nombre positif
L'image d'un nombre par la fonction exponentielle se note…	☐ $exp(x)$ ☐ e^x ☐ $expo(x)$
f est une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$	☐ $f(0) = 0$ ☐ Elle est dérivable en $x = 0$
L'image d'un nombre x par la fonction logarithme népérien se note lnx	☐ lnx est toujours positif ☐ $ln0 = 0$ ☐ On doit avoir : $x \in]0; +\infty[$
Si $f(x) = 5x^2$ alors $f'(x) = 10x$ et une primitive est $F(x) = 5x^3 + 2$	☐ La primitive proposée est bonne ☐ La dérivée est bonne

2 Priorités des opérations

CE QU'IL FAUT SAVOIR :

SOMMAIRE

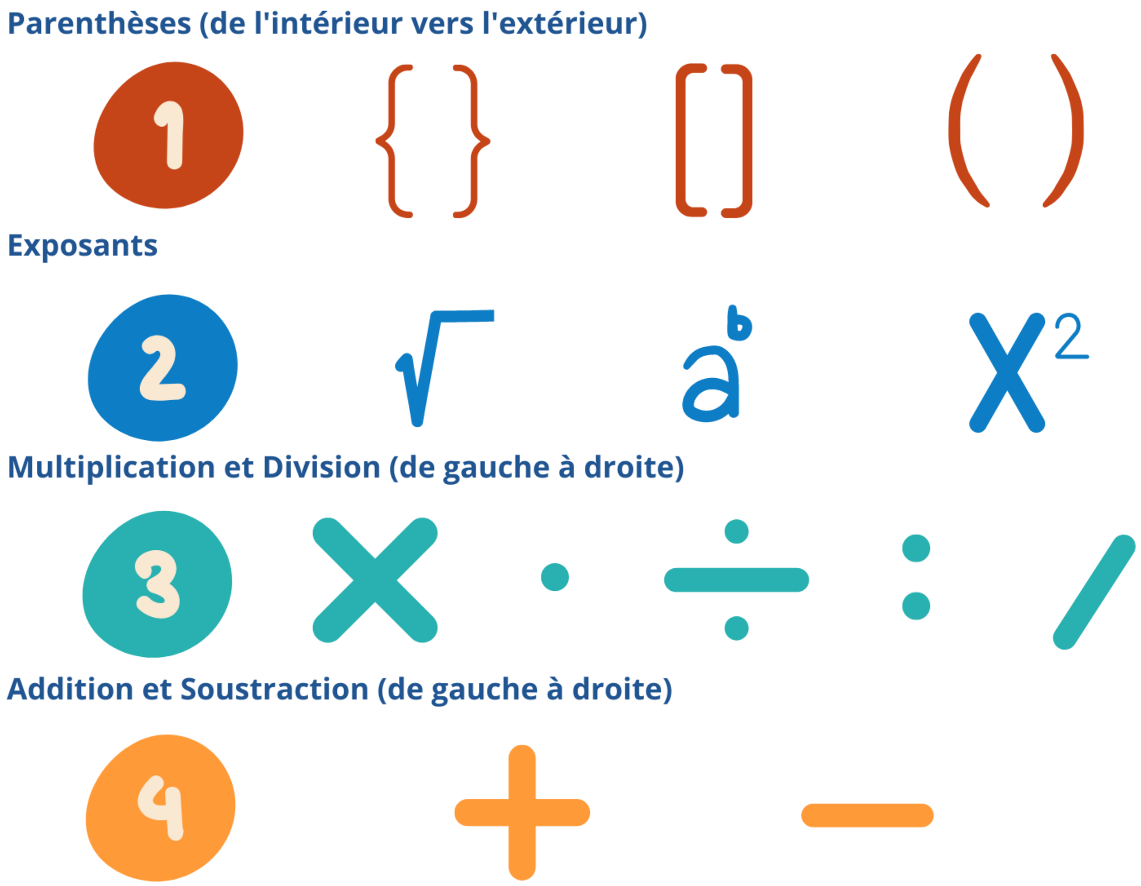
<u>Sans des parenthèses</u>

Pour calculer une expression numérique sans parenthèses, on effectue les calculs de la **gauche vers la droite**, en commençant d'abord par les **multiplications** ou les **divisions puis** en effectuant les additions et les soustractions.

<u>Avec des parenthèses</u>

Si l'expression comprend des **parenthèses,** on commence par effectuer les calculs à l'intérieur des parenthèses (les plus intérieures d'abord). On effectue ensuite le reste des calculs en respectant les priorités définies précédemment.

Schéma de priorités des opérations



Un trait de fraction implique des parenthèses au numérateur et au dénominateur.

$$\frac{3+4}{5-6} = \frac{(3+4)}{(5-6)}$$

1 : **Effectuer** les calculs suivants (en détaillant les différentes étapes)

a) $35 - 9 - 7 =$

b) $48 - 24 + 6 =$

c) $54 \div 9 \times 3 =$

d) $18 \div 3 \div 2 =$

e) $5 + 6 \times 2 =$

f) $12 - 3 \div 3 =$

g) $5 \times 7 + 2 =$

h) $20 - 6 \times (-3) =$

2 : **Effectuer** les calculs suivants (en détaillant les différentes étapes)

a) $35 - (9 + 8) =$

b) $19 \times (3 + 7) =$

c) $(2 + 6) \times (-7 - 5) =$

d) $\big(23 - (9 - 2)\big) \div 2 =$

e) $5 - [4 - (2 + 1)] =$

f) $(4 + 5 \times 8) \div 2 + 1 =$

g) $2 \times (8 - 4) =$

h) $(10 - 6) \times 3 =$

3 - **Compléter** les égalités suivantes :

a) $15 + \ldots \times 3 = 30$

b) $6 + 4 \times \ldots = 30$

c) $\ldots \times 5 - 3 = 32$

d) $40 - 6 \times \ldots = 10$

e) $30 - 18 \div \ldots = 24$

f) $\ldots - 8 + 5 = 20$

4 - **Compléter** avec les bons signes :

a) $8 \ldots 5 \ldots 3 = 23$

b) $9 \ldots 4 \ldots 2 = 1$

c) $5 \ldots 5 \ldots 5 \ldots 5 = 9$

d) $5 \ldots 5 \ldots 5 \ldots 5 = 130$

e) $4 \ldots 7 \ldots 12 \ldots 8 = 80$

f) $5 \ldots 7 \ldots 5 = 40$

g) $6 \ldots 6 \ldots 6 = 7$

5 - **Relier** par une flèche chaque calcul à son résultat :

$(5 + 4) \times (3 + 2)$ ¤	¤ 19
$5 \times (4 - 3 + 2)$ ¤	¤ 1
$5 + (4 + 3) \times 2$ ¤	¤ 15
$(5 + 4) \div 3 - 2$ ¤	¤ 2
$5 \div (4 - 3 \div 2)$ ¤	¤ 45

6 : Compléter les tableaux ci-dessous

a) en respectant les priorités :

5	+	…	÷	4	=	7
+		−		÷		+
1	×	7	−	…	=	3
−		+		×		−
…	×	…	−	2	=	…
=		=		=		=
2	×	…	−	…	=	4

b) en utilisant les bons signes :

3	…	8	…	7	=	4
…		…		…		…
9	…	2	…	4	=	3
…		…		…		…
5	…	1	…	6	=	10
=		=		=		=
48	…	17	…	9	=	22

7 : Pour chacune des égalités suivantes, **placer** les parenthèses au bon endroit afin de vérifier le calcul.

a) $25 - 8 + 2 = 15$

b) $7 \times 2 + 6 = 56$

c) $11 + 3 \times 4 + 3 = 32$

d) $12 - 8 \times 2 \times 2 = 16$

CE QU'IL FAUT SAVOIR :

SOMMAIRE

PUISSANCES

Soient n un entier supérieur ou égal à 1 et a un nombre relatif. $a^n = a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a$

a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n »

Propriétés sur les puissances

a et b désignent des nombres relatifs **(*a et b*≠0),** *n* et *p* des nombres entiers relatifs :

- ☐ le produit de deux puissances du même nombre : $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- ☐ le quotient de deux puissances du même nombre :$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- ☐ une puissance de puissance : $(a^n)^p = a^{n\times p}$.
- ☐ cas particulier : $a^0 = 1$
- ☐ la puissance d'un exposant négatif : $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
- ☐ le produit de deux puissances de même exposant : $a^n \times b^n = (ab)^n$
- ☐ le quotient de deux puissances de même exposant : $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$

FRACTIONS

1. Une fraction est composée d'un numérateur a et d'un dénominateur b : $\frac{a}{b}$ ← Numérateur ← Dénominateur

   Afin d'obtenir la fraction équivalente la plus simplifiée (fractions irréductibles), il faut décomposer le numérateur et le dénominateur en facteurs de nombres premiers.

   Exemple : $\frac{48}{40}$

← Pour 48 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
← Pour 40 : $2 \times 2 \times 2 \times 5$

   On remarque donc que le plus grand facteur commun est 8 $(2 \times 2 \times 2)$. On a donc $\frac{48 \div 8}{40 \div 8} = \frac{6}{5}$

2. Pour additionner ou soustraire des fractions entre elles, il faut que celles-ci aient le même dénominateur. Ensuite, on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.
3. Pour multiplier des fractions entre elles, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
4. Pour diviser deux fractions, on multiplie la première par l'inverse de la deuxième.
5. L'inverse d'un nombre non nul a est $\frac{1}{a}$
6. L'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ avec a et b non nuls.

RACINE CARRÉE

On appelle racine carrée de a le nombre positif dont le carré est égal à a. $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a}^2 = a$

Propriétés des racines carrées :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{ab} \qquad \sqrt{a^2} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a}^2 \qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

1 : **Écrire** chaque expression sous forme d'une puissance d'un même nombre :

a) $4^{-1} \times 4^{-3} =$ b) $\frac{6^{-2}}{6} =$ c) $(3^{-6})^{-7} =$

2 : **Écrire** chaque expression sous la forme a^n

a) $3^2 \times 5^2 =$ b) $\frac{1}{3^3} =$ c) $7^{-7} \times 5^{-7} =$

3 : Compléter les égalités suivantes en suivant les exemples : $10^4 = 10\,000$; $10^{-4} = 0{,}0001$

a) $10^3 =$ b) $10^{-1} =$ c) $10^1 =$

d) 0,01= e) 1000 000 = f) 0,00001=

4 : Simplifier les fractions ci-dessous

a) $\frac{45}{35} = \frac{\dots \times 5}{\dots \times 5} =$ b) $\frac{24}{9} = \frac{\dots \times 3}{\dots \times 3} =$ c) $\frac{25}{15} = \frac{\dots \times 5}{\dots \times 5} =$

5 : Calculer les fractions suivantes

a) $\frac{2}{5} + \frac{12}{5} =$ b) $-\frac{4}{3} + \frac{8}{3} =$ c) $\frac{1}{10} - \frac{28}{10} =$

6 : **Effectuer** les calculs des fractions ci-dessous :

a) $\frac{2}{5} \times \frac{12}{3} =$ b) $\frac{5}{4} \times \frac{-7}{3} =$ c) $-4 \times \frac{8}{5} =$

d) $4 \div \frac{5}{8} =$ e) $\frac{2}{9} \div \frac{7}{3} =$ f) $21 \div \frac{3}{2} =$

7 : Donner l'écriture la plus simple des nombres ci-dessous

a) $\sqrt{64} =$ b) $\sqrt{36} + \sqrt{49} =$ c) $\sqrt{2{,}5}^2 =$

d) $(3\sqrt{2})^2 =$ e) $\sqrt{\frac{16}{9}} =$ f) $-\sqrt{11}^2 =$

g) $\sqrt{(-3)^2} =$ h) $(\frac{\sqrt{20}}{2})^2 - \sqrt{5}^2 =$ g) $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 =$

<u>8</u> : **Calculer** chacun des nombres suivants

a) $(\frac{5}{2})^3 =$ b) $(-\frac{3}{4})^3 =$ c) $(\frac{3}{7})^2 \times (\frac{7}{2})^4 =$

<u>9</u> : **Simplifier** les fractions suivantes

a) $\frac{45}{40} =$ b) $\frac{8}{24} =$ c) $\frac{25}{35} =$

<u>10</u> : **Mettre** les fractions sous le même dénominateur puis calculer

$a)$ $\frac{-2}{5} + \frac{11}{10} =$ b) $\frac{4}{3} + \frac{7}{6} =$ c) $\frac{1}{10} - \frac{21}{20} =$

d) $\frac{11}{27} + \frac{7}{9} =$ e) $\frac{21}{32} + \frac{3}{8} =$ f) $\frac{7}{42} + \frac{8}{6} =$

g) $\frac{5}{32} + \frac{8}{16} =$ h) $\frac{3}{4} + \frac{8}{36} =$ i) $\frac{6}{7} + \frac{9}{49} =$

<u>11</u> : Effectuer les calculs des fractions ci-dessous puis simplifier le résultat :

$a)$ $\frac{2}{5} \times \frac{10}{3} =$ b) $\frac{-5}{4} \times \frac{6}{3} =$ c) $4 \times \frac{3}{10} =$

d) $\frac{5}{3} \times \frac{7}{5} =$ e) $-20 \times \frac{3}{2} =$ f) $\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} =$

g) $\frac{5}{9} \times \frac{8}{6} =$ h) $\frac{3}{2} \times \frac{6}{7} =$ i) $20 \div \frac{2}{3} =$

<u>12</u> : Simplifier puis calculer les expressions suivantes

- $(7^{-24} \times 7^{-26} \times 7^{51})^2 =$
- $(5^{-4} \times 5^5)^3 =$
- $\frac{5^{12} \times 10^{-3} \times 3^8}{10^{-5} \times 3^8 \times 5^{10}} =$

<u>13</u> : Compléter les égalités suivantes (exemples : $0{,}345 \times 10^2 = 34{,}5$; $3 \times 10^{-2} = 0{,}03$)

a) $2 \times 10^3 =$ b) $5{,}3 \times 10^3 =$ c) $3 \times 10^{-3} =$

d) $-4{,}9 \times 10^{-2} =$ e) $0{,}142 \times 10^2 =$ f) $0{,}0034 \times 10^7 =$

<u>14</u> : Mettre les fractions sous le même dénominateur puis calculer

a) $\frac{-2}{5} + \frac{12}{3} =$

b) $\frac{5}{4} + \frac{8}{3} =$

c) $\frac{-1}{4} + \frac{8}{5} =$

<u>15</u> : Problème - Mes économies s'élèvent à 375 €. J'en prends les $\frac{5}{9}$.
Je dépense les $\frac{3}{5}$ de cette somme pour acheter un vélo. Quel est le prix de ce vélo ?

<u>16</u> : Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers relatifs

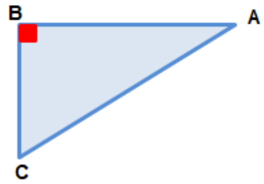
a) $\sqrt{20} =$

b) $2\sqrt{45} =$

c) $\sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} =$

<u>17 :</u> Géométrie - ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB=$2\sqrt{3}$ cm et BC= $4\sqrt{6}$ cm.

Démontrer que l'aire A du triangle ABC vaut $12\sqrt{2}$ cm².



4 Développement, Factorisation Identités remarquables

CE QU'IL FAUT SAVOIR :

SOMMAIRE

DÉVELOPPEMENT

Le développement consiste à transformer un produit de facteurs en une somme (ou différence) de termes.

Produits de facteurs		Somme de termes
$(x + 2)(x + 3)$	=	$x^2 + 5x + 6$

Fiche Méthode : Développement

Règles de base

$$(x+2)(x+3)$$

Distribuer chaque terme d'un facteur avec chaque terme de l'autre facteur.

$$x \times x + x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3$$

Simplifier le résultat obtenu en combinant les termes semblables.

$$x^2 \quad + \quad 5x \quad + \quad 6$$

https://www.quiziniere.com/diffusions/QAQ7D6

FACTORISATION

La factorisation consiste à écrire une somme (ou différence) de termes sous forme de produit de facteurs.

Somme de termes		Produits de facteurs
$x^2 + 5x + 6$	=	$(x + 2)(x + 3)$

Fiche Méthode : Factorisation

Règles de base

$$2x^2 + 8x$$

Trouver le facteur commun $2x$

$$2x \times x + 2x \times 4$$

$$2x^2 + 8x = 2x(x+4)$$

https://www.quiziniere.com/diffusions/BNXNBY

Forme factorisée d'une fonction du second degré

Une fonction du second degré est une fonction polynomiale de la forme : $f(x) = ax^2+bx+c$ où a, b et c sont des coefficients réels et $a \neq 0$.

Factoriser une fonction du second degré qui admet deux racines x_1 et x_2 consiste à la réécrire sous la forme : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

IDENTITES REMARQUABLES

Les identités remarquables sont des formules utilisées pour simplifier les calculs algébriques.

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

THÈME :	DÉVELOPPEMENT, FACTORISATION, IDENTITÉS REMARQUABLES		
NIVEAU	☒ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

Les prérequis

https://www.quiziniere.com/diffusions/MO5O4J

Développement

1. $(x + 2)(x + 3)$

2. $(2x - 1)(x + 4)$

3. $(3x + 5)(x - 2)$

Factorisation

1. $x^2 + 5x + 6$

2. $x^2 - 4$

3. $2x^2 + 8x$

Identités remarquables

https://www.quiziniere.com/diffusions/N4OYOX

1. $(x + 3)^2$

2. $(x - 5)^2$

3. $(2x + 1)^2$

Exercices supplémentaires : Factoriser avec des identités remarquables
https://www.quiziniere.com/diffusions/6K8KBK

Développement

1. $(x + 3)(x^2 + 2x + 4)$

2. $(2x - 1)(x^2 + x + 1)$

3. $(x + 1)(x^2 - x + 2)$

Factorisation

1. $x^2 + 7x + 10$

2. $4x^2 - 9$

3. $x^2 + 4x + 4$

Identités remarquables

1. $(x + 4)^2 - (x - 2)^2$

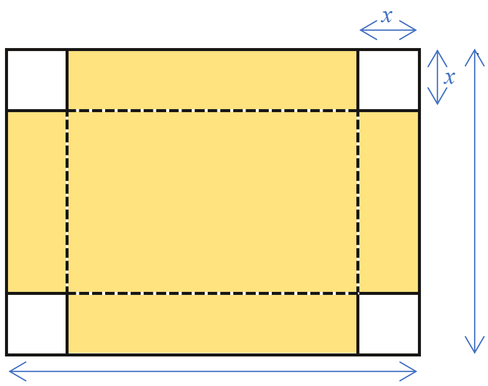
2. $(3x + 2)(3x - 2)$

3. $(2x - 3)^2$

1 : On désire fabriquer et commercialiser un jeu de société. On s'intéresse à la boite qui contiendra ce jeu de société.

Cahier des charges : Chaque jeu est présenté dans une petite boite en carton ouverte sur le dessus et qui est recouverte d'une pellicule de plastique transparent.

Le fabricant utilise un morceau de carton de 20 cm sur 30 cm pour fabriquer la boite. Quatre petits carrés égaux sont découpés à chacun des coins du morceau de carton. Les côtés sont ensuite repliés vers le centre et collés aux points où ils se touchent.



1) L'expression qui donne la longueur L de la boite en fonction de x est : $30 - 2x$.

a) Reporter cette longueur L sur le schéma.

b) Exprimer la largeur l de la boite en fonction de x.

c) Reporter cette largeur l sur le schéma.

2) Exprimer le volume V en fonction de x. On rappelle $V = L \times l \times x$.

3) En déduire que le volume de la boîte est donné en fonction de x par : $V(x) = 4x^3 - 100x^2 + 600x$.

2 : Factoriser les expressions suivantes puis **déterminer** le signe :

$h(x) = x^2 - 4$

$v(x) = x^2 - 7x + 12$

3 : Exercice supplémentaire

Un logiciel de calcul formel donne ci-contre une expression de la dérivée f' de la fonction f. Ce résultat est admis.

Montrer que cette dérivée peut aussi s'écrire : $f'(t) = e^{-2t}(e^t - 3)$

Dérivée(f (t), t) $\rightarrow e^{-t} - 3e^{-2t}$

Résolution d'un problème et/ou équation du premier degré

Exemple :

Une tirelire contient **120 pièces**, **les unes de 0,50 €** et **les autres de 1 €.** L'ensemble représente un total de **92,5 €. Combien y-a-t-il de pièces de chaque sorte dans la tirelire ?**

Pour résoudre ce problème, on suit les étapes suivantes :	Interprétation mathématique de la méthode.
1. Choisir l'inconnue.	1. On note x le nombre de pièces de 1 €
2. Traduire le problème par une équation.	2. Il y a **x pièces de 1 €** et **(120 – x) pièces de 0,50 €** On peut traduire le problème par l'équation suivante : $x + 0{,}50\,(120 - x) = 92{,}5$
3. Résoudre l'équation.	3. On résout l'équation :
On développe, puis on réduit l'expression	$x + 0{,}50\,(120 - x) = 92{,}5$ $x + 60 - 0{,}50x = 92{,}5$ $60 + 0{,}50x = 92{,}5$
On soustrait 60 à chaque membre, ce qui permet de regrouper tous les termes « en x » dans un terme de l'égalité et les constantes dans l'autre.	$60 + 0{,}50x - 60 = 92{,}5 - 60$ $0{,}50\,x = 32{,}5$
On divise par 0,50 afin de trouver le résultat pour x	$0{,}50x\,/0{,}50 = 32{,}5/0{,}50$ $\boldsymbol{x = 65}$
4. Vérifier la solution obtenue.	4. On vérifie que 65 est solution de l'équation : $65 + 0{,}50\,(120 - 65) = 92{,}5$
5. Interpréter le résultat pour répondre à la question.	5. Il y a donc **65 pièces de 1 €** et **55 pièces de 0,50 €**

Exercice 1

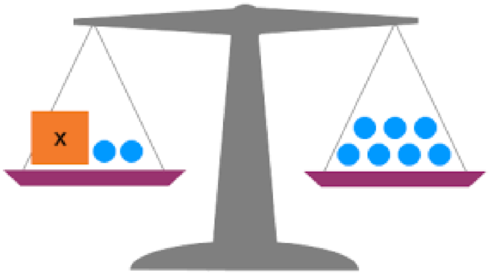
Vous achetez une pizza avec un billet de 20 €.
On vous rend 14 €

a) **Ecrire** votre calcul en désignant par x le prix de la pizza

x + ... = ...

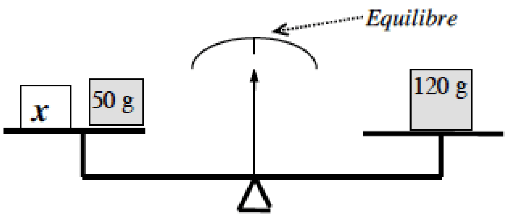
b) Quel est le prix de la pizza ?

Exercice 2



Trouvez la valeur de la masse x

Exercice 3

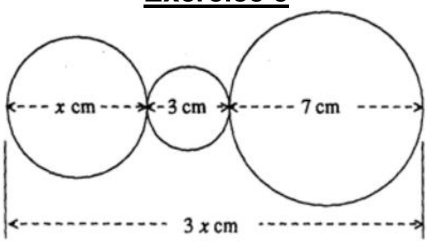


Trouvez la valeur de la masse x

Exercice 4

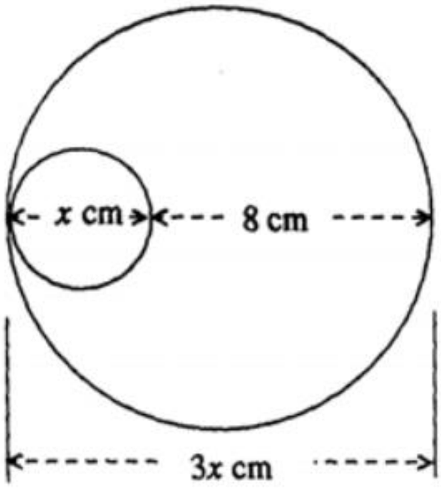
Ecrire l'équation associé à cette situation et **résoudre** celle-ci.

Exercice 5



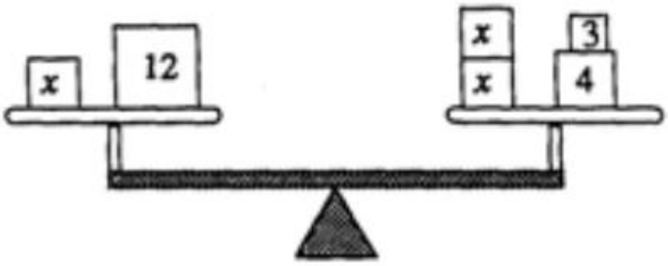
Ecrire l'équation associé à cette situation et résoudre celle-ci

Exercice 6



Ecrire l'équation associée à cette situation et résoudre celle-ci

Exercice 7



Ecrire l'équation associée à cette situation et résoudre celle-ci

Exercice 8

Résoudre les équations suivantes

$$2x + 7 = 20$$

$$4x - 12 = 88$$

$$13 - 2{,}3x = 6$$

$$15 = 3x + 9{,}6$$

$$0 = 2{,}5x - 50$$

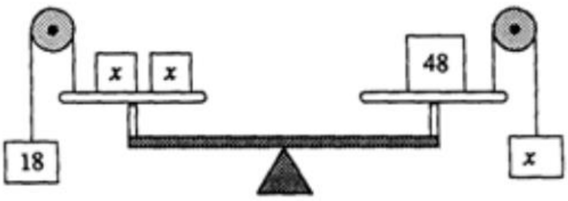
1 : Henri a cuisiné des madeleines, toutes identiques. La recette précise qu'il faut 0,025 kg de farine par madeleine. Il a utilisé un paquet de 1,5 kg de farine. Il reste 0,6 kg de farine à la fin de la préparation. **Combien de madeleines Henri a-t-il préparé ?**

2 : Aurelie a été désignée par ses camarades pour s'occuper de l'achat de 10 calculatrices. Elle passe la commande par correspondance et les frais de port s'élèvent à 4,90 €. Aurélie fait un chèque de 164,80 €. **Quel est le prix d'une calculatrice ?**

3 : Un propriétaire veut entourer son terrain par 3 ranges de fil de fer barbelé. Il dispose de 6 rouleaux de 100 mètres de fil de fer. Après la pose, il lui reste 58,8 m de fil. **Quel est le périmètre du terrain ?**

4 : Un hôtel est composé de 15 chambres identiques. Le gérant de l'hôtel décide de faire retapisser toutes les chambres. Il a acheté 109 rouleaux de papier peint. A la fin des travaux, il reste 4 rouleaux de papier peint non entamés.
Combien de rouleaux sont nécessaires pour tapisser une chambre ?

5 : Trouver la valeur de x



6 : A trois, Pierre, David et Henri pèsent 123 kg. David pèse 15 kg de plus que Pierre, Pierre pèse 6 kg de plus qu'Henri. **Quel est le poids de Pierre ?**

7 : Résoudre les équations suivantes
a) $-2x-3=1$; b) $5x-8=-7$; c) $-8b+3=11$; d) $4a+3=2$; e) $1{,}2\,t-2=0{,}4$;

8 : Résoudre les équations suivantes
a) $3x+4=2x+9$; b) $2x+3=3x-5$; c) $5t-1=2t+4$; d) $3x+1=7x+5$

9 : Résoudre dans R, les équations suivantes
a) $5(x-1)+3(2-x)=0$; b) $2(y-1)-3(y+1)=4(y-2)$; c) $\frac{3}{2}x+4=2x-5$

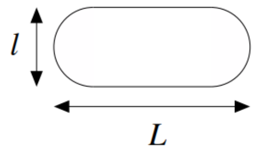
10 : Un automobiliste constate qu'en ajoutant 12 L d'essence à son réservoir à moitié plein, il le remplit aux trois quarts. **Quelle est la capacité de son réservoir ?**

11 : Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes et le reste, soit 150 m², est occupé par la pelouse. **Quel est l'aire du jardin ?**

1 : Deux conduites indépendantes permettent de remplir un réservoir, l'une en 8 heures et l'autre en 6 heures. **Déterminez le temps nécessaire pour remplir le réservoir si les robinets des deux conduites sont ouverts.** **Astuce : le débit = volume / temps**

2 : Une piste de course a des extrémités semi-circulaires et des côtés droits. La longueur L est le triple de la largeur l et le tour de piste mesure 400 m. **Trouver la largeur et la longueur de l'ovale.**

(Le périmètre P d'un cercle vaut $P = 2\pi r$ où r est le rayon du cercle.)

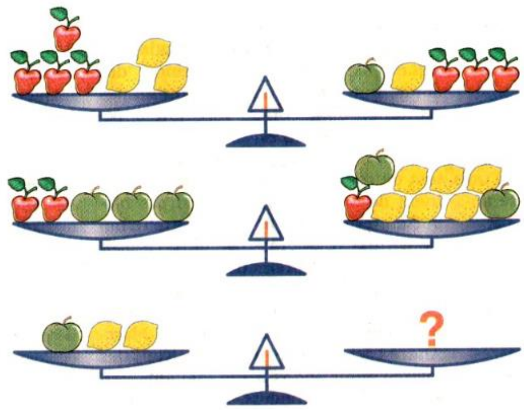


3 : Je dépense le quart de mon salaire pour mon logement et les deux cinquièmes pour la nourriture. Il me reste 378 € pour les autres dépenses. **Calculer mon salaire mensuel**.

4 : Un terrain rectangulaire est trois fois plus long que large. **Son périmètre est de 176 mètres**. **Calculer sa longueur et sa largeur.**

5 : Voici trois tas de cailloux. Le premier tas contient 30 cailloux de plus que le troisième et le deuxième contient 6 cailloux de moins que le troisième. Il y a 150 cailloux en tout. **Quel est le nombre de cailloux dans chaque tas ?**

6 : **Combien faut-il de fraises pour équilibrer la troisième balance ?**



7 : **Résoudre les équations suivantes.**

a) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{4}{3}$; **b)** $\dfrac{5-x}{4}=\dfrac{x}{-3}$; **c)** $\dfrac{2x+3}{3}=\dfrac{x-1}{5}$; **d)** $\dfrac{-x+3}{3}=\dfrac{2x}{-2}$

e) $\dfrac{-3}{3x+3}=\dfrac{2}{5}$; **f)** $\dfrac{x-2}{2x+3}=\dfrac{2}{3}$; **g)** $\dfrac{5}{4-x}=\dfrac{-1}{-3+2x}$; **h)** $\dfrac{5x+3}{7}=\dfrac{3-2x}{3}$

8 : Une lance a la moitié et le tiers dans l'eau et 9 paumes à l'extérieur. **Quelle est sa longueur ?** Une paume (unité ancienne) est égale à 7,5 cm

9 : **(système d'équations)**

Dans une salle de spectacle, il y a des places à 15 €, 20 € et 25 €. Le nombre de places à 20 € est le double du nombre de places à 25 €. Le nombre de places à 15 € est la moitié du nombre total de places. Lorsque la salle est pleine, la recette est de 9 460 €. **Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.**

CE QU'IL FAUT SAVOIR :

SOMMAIRE

Des capsules vidéo sont disponibles en suivant les liens ci-dessous ou les QR-codes :

Avant de résoudre une équation du second degré

Résoudre une équation du second degré - étape 1 : trouver les coefficients a, b et c

Résoudre une équation du second degré : étapes 2 et 3

Résoudre une équation du second degré : étape 4

Une équation du second degré se présente sous la forme suivante :

$\mathbf{a.x^2 + b.x + c = 0}$ (a, b et c étant des nombres connus).

La résolution algébrique de ce type d'équation se fait en 4 étapes :

- ***Étape 1*** : indiquer les valeurs des coefficients a, b et c
- ***Étape 2*** : calculer le discriminant : $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$
- ***Étape 3*** : le signe de la valeur du discriminant Δ détermine le nombre de solutions.

  3 cas peuvent se présenter :

  - $\Delta < 0$: pas de solution réelle. La résolution s'arrête à cette étape.
  - $\Delta = 0$: une solution
  - $\Delta > 0$: 2 solutions

  Indiquer le signe de Δ et le nombre de solutions.

- ***Étape 4*** : Trouver les solutions, si elles existent :

  - Si $\Delta = 0$: une solution $x_0 = \frac{-b}{2 \times a}$
  - Si $\Delta > 0$: 2 solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2 \times a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2 \times a}$

N'oubliez pas que vous pouvez vérifier vos solutions en remplaçant x dans l'équation de départ par les valeurs trouvées.

THÈME :	EQUATIONS DU SECOND DEGRE		
NIVEAU	■ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

1 : Ecrire chaque équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$

g) $x^2 + 4x + 2 = 6$

h) $3x^2 - 2x + 4 = x - 3$

2 : Pour chaque équation, donner le signe de *a*, *b* et *c*.

- $2x^2 + 4x + 2 = 0$ — $a = \ldots$ $b = \ldots$ $c = \ldots$
- $10x^2 + 10x + 2{,}5 = 0$ — $a = \ldots$ $b = \ldots$ $c = \ldots$
- $5x^2 - 4x + 1 = 0$ — $a = \ldots$ $b = \ldots$ $c = \ldots$
- $x^2 + 2x + 7 = 0$ — $a = \ldots$ $b = \ldots$ $c = \ldots$
- $x^2 + x - 1 = 0$ — $a = \ldots$ $b = \ldots$ $c = \ldots$

3 : Pour chaque équation, donner les valeurs de a, b et c.

Calculer le discriminant puis indiquer le nombre de solutions (justifier).

a. $\mathbf{3x^2 + 5x + 1 = 0}$

Étape 1 : a = … b = … c = …

Étape 2 : $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$ Δ = ……………………… = …

Étape 3 : ………………………………………………………

b. $\mathbf{x^2 + 2x + 1 = 0}$

Étape 1 : a = … b = … c = …

Étape 2 : Δ = ………………………………………………

Étape 3 : ………………………………………………………

c. $\mathbf{2x^2 + x - 1 = 0}$

Étape 1 : a = … b = … c = …

Étape 2 : Δ = ………………………………………………

Étape 3 : ………………………………………………………

d. $\mathbf{x^2 + 3x + 5 = 0}$

Étape 1 : a = … b = … c = …

Étape 2 : Δ = ………………………………………………

Étape 3 : ………………………………………………………

5 : Résoudre les équations suivantes.

a. $-2.x^2 + x + 1 = 0$

b. $3.x^2 + 4.x + 1 = 0$

c. $2.x^2 + 4.x + 2 = 0$

d. $- x^2 + 0,5.x - 1 = 0$

e. $200.x^2 - 400.x - 10 = 100.x + 5$

f. $- t^2 + 3t + 6 = 0$

g. $0.5.x^2 + x + 2 = 0$

h. $- x^2 + x - 1 = 0$

i. $0,25.x^2 - x + 1 = 0$

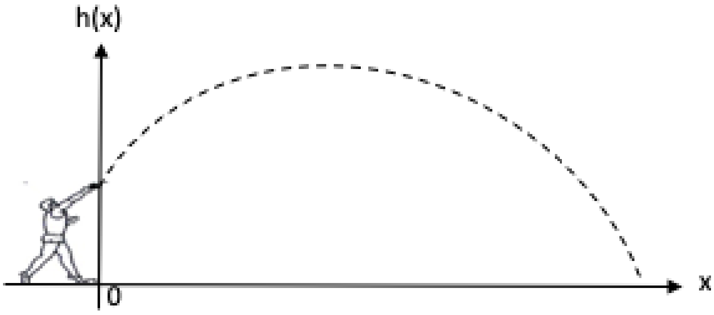
j. $- 25p^2 - 20p + 100 = 80$

Problème 1 : le record du monde du lancer du poids est de 23,12 m. Un entraineur d'athlétisme analyse la technique d'un lanceur de poids, pour savoir s'il peut espérer battre ce record. La trajectoire idéale de ce lanceur est donnée par l'expression :

$h(x) = -0{,}04.x^2 + 0{,}85.x + 2{,}25$

avec x : distance (en mètres).

et $h(x)$: hauteur du poids (en mètres)



Répondre à la problématique ci-dessous :

Le lanceur pourrait-il battre le record du monde avec cette trajectoire ? Justifier.

Problème 2 : la distance de freinage d (en m) d'un véhicule en fonction de sa vitesse v (en km/h) est donnée par la formule : $d = 0{,}01\ v^2 - 0{,}025\ v$

a. Calculer la distance de freinage pour une vitesse de 90 km/h.

b. Calculer la vitesse initiale si la distance de freinage est de 110 m.

1. FONCTION LINÉAIRE

Une fonction linéaire fait correspondre à tout nombre x un nombre y tel que $y = a \times x$, où a est un nombre. On la note $f(x) = ax$. Les grandeurs x et y sont proportionnelles.

Une fonction linéaire peut être représentée de trois façons :

1. Avec un tableau de valeurs :

x	1	3	6
y	5	15	30

a se calcule en divisant les valeurs de y par celle de x. $a = \frac{5}{1} = \frac{15}{3} = \frac{30}{6} = 5$

a est le coefficient de proportionnalité

2. Avec une expression algébrique $y = 5x$

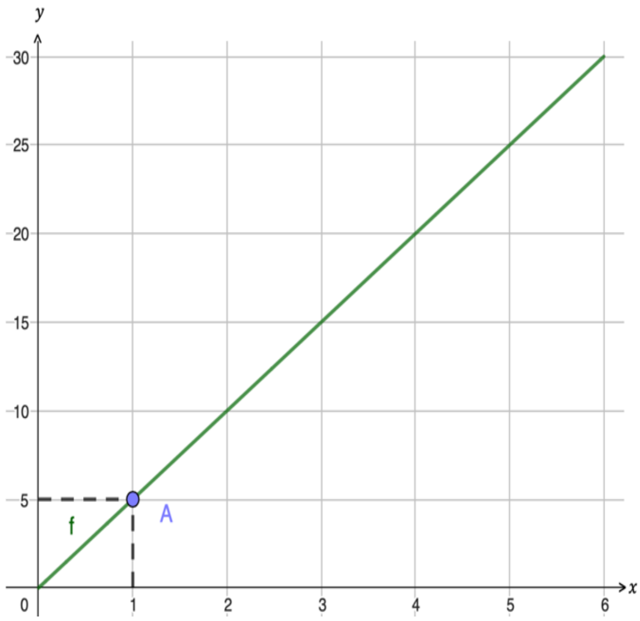
a est le nombre qui se trouve devant la lettre x. Ici, a = **5**

3. Avec une représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine.

Soit A le point de la droite d'abscisse 1. Le coefficient (directeur) de proportionnalité a est l'ordonnée du point A et est égal à :

$$a = \frac{y_A}{x_A} = \frac{5}{1} = 5$$



THÈME :	FONCTION LINEAIRE		
NIVEAU	■ DÉBUTANT	□ INTERMÉDIAIRE	□ EXPERT

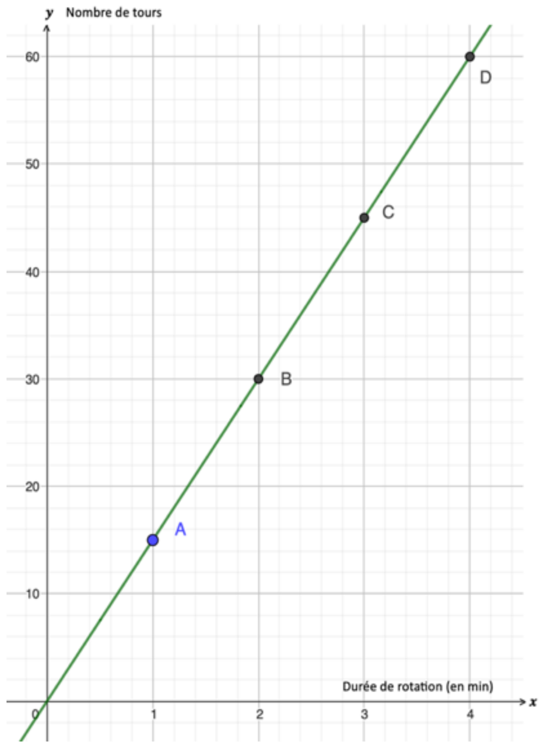
1 : Identifier le coefficient directeur « a » dans chacune des fonctions linéaires suivant :

$f(x) = 5x.$; $a = \cdots$ $\qquad$ $g(x) = x$; $a = \cdots$

$h(x) = -6x$; $a = \cdots$ $\qquad$ $i(x) = 0{,}4x$; $a = \cdots$

$f(x) = \frac{2}{3}x$; $a = \cdots$ $\qquad$ $g(x) = \frac{-6}{7}x$; $a = \ldots$

2 : Le graphique ci-contre représente le nombre de tours effectués par une pale d'une éolienne en fonction de sa durée de rotation (en min). On considère que la vitesse de rotation de chacune des pales est constante.



a. **Expliquer** si le nombre de tours est proportionnel à la durée.

b. **Déterminer** le coefficient directeur de la droite

c. On note m la fonction qui a la durée x associe le nombre de tours. **Entourer** l'expression de m(x) :

$m(x) = \frac{x}{15}$ $\qquad$ $m(x) = \frac{15}{x}$ $\qquad$ $m(x) = 15x$

3 : Vrai ou faux ?

A	x	5	21	13
	y	15	63	39

B	x	2,27	3,43	5
	y	227	343	500

Le tableau A est un tableau de proportionnalité et l'expression de la fonction linéaire qui modélise la situation s'écrit $f(x) = 3x$. ☐ Vrai ☐ Faux

Le tableau B est un tableau de proportionnalité et l'expression de la fonction linéaire qui modélise la situation s'écrit. $f(x) = 0{,}01x$. ☐ Vrai ☐ Faux

4 : Déterminer l'expression de la fonction linéaire des tableaux suivants :

A	x	10	15	20
	y	15	$22{,}5$	30

$f(x) =$

B	x	$1{,}5$	9	15
	y	15	90	150

$g(x) =$

C	x	100	1000	5000
	y	-25	-250	-1250

$h(x) =$

D	x	8	48	64
	y	-40	-240	-320

$i(x) =$

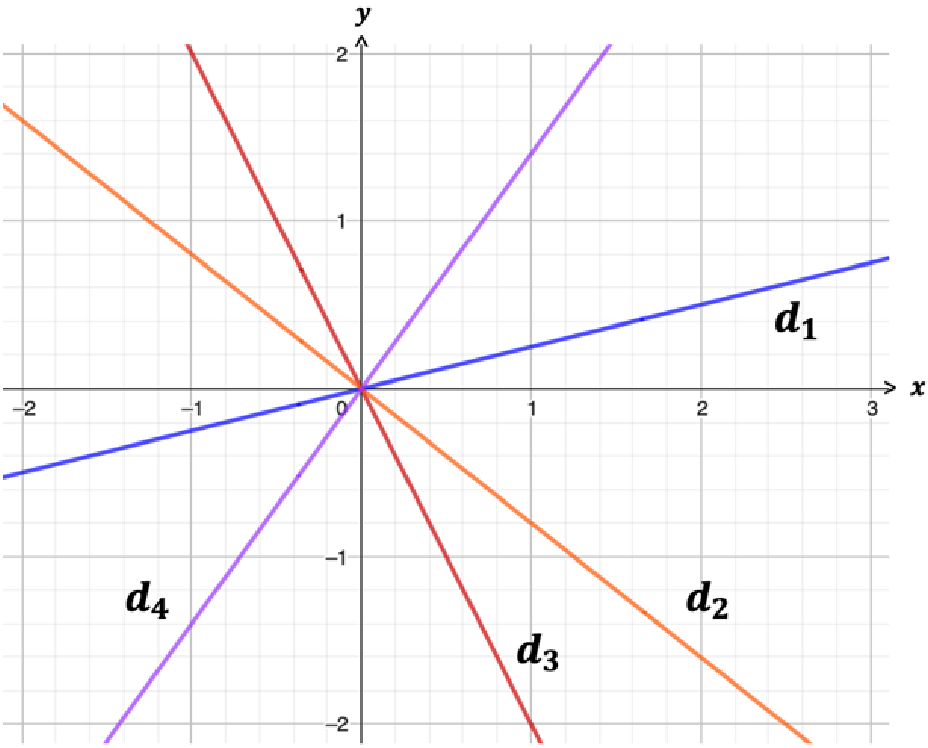
5 : Associer à chacun des fonctions linéaires sa représentation

$f(x) = 1{,}4x$ • • d_1

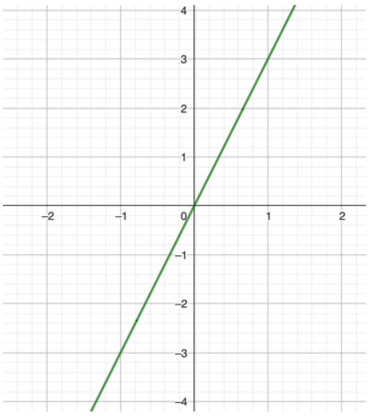
$g(x) = -2x$ • • d_2

$f(x) = \frac{1}{4}x$ • • d_3

$f(x) = -0{,}8x$ • • d_4

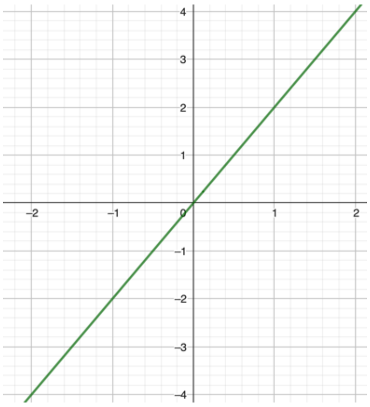


6 : Associer d'une même couleur le graphique, le tableau et l'équation de la fonction linéaire.



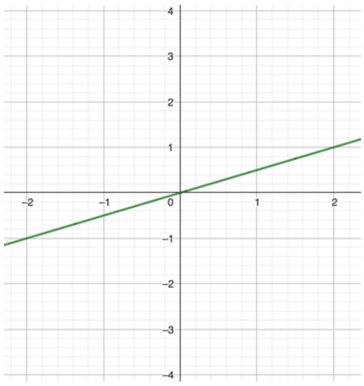
x	-1	$0{,}5$
y	3	$-1{,}5$

$y = 2x$



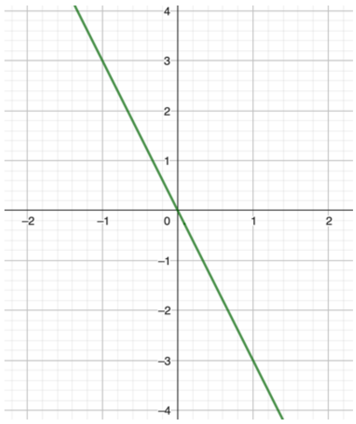
x	-1	$0{,}5$
y	$-0{,}5$	$0{,}25$

$y = \frac{1}{2}x$



x	-1	$0{,}5$
y	-3	$1{,}5$

$y = 3x$

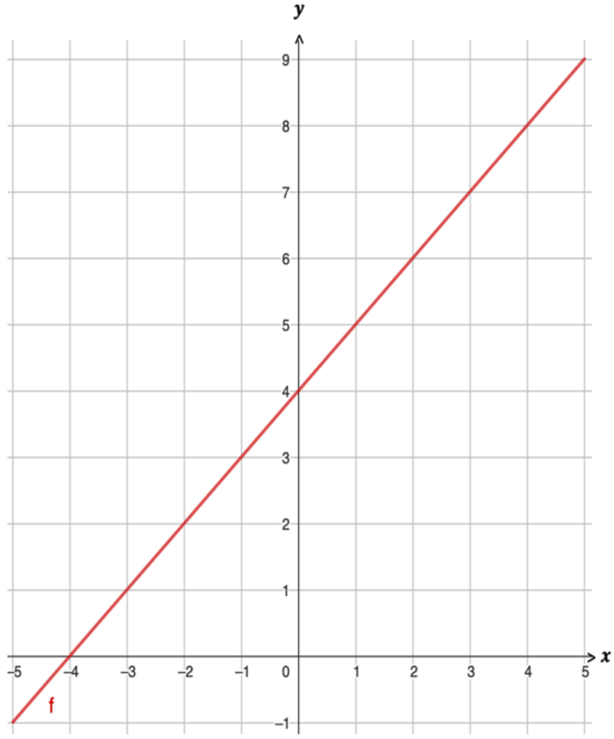


x	-2	$0{,}5$
y	-4	1

$y = -3x$

2. FONCTION AFFINE

On appelle **fonction affine** toute fonction définie par une expression de la forme $f(x) = ax + b$, avec a et b réels.



1. Coefficient directeur.

a s'appelle le **coefficient directeur**.

La fonction est croissante lorsque $a > 0$.

Elle est décroissante lorsque $a < 0$

2. Ordonnée à l'origine.

b est **l'ordonnée** à l'origine : $b = f(0)$

3. Pente d'une droite.

Soit une droite passant par deux points M $(x_M ; y_M)$ et $N(x_N ; y_N)$.

Sa **pente** correspond à son inclinaison par rapport à l'axe des abscisses :

Dans le cas d'une fonction affine, on écrit également :

4. Droites parallèles

Soient deux fonctions affines f et g, définies par les expressions :
$f(x) = ax + b$ et $g(x) = a'x + b'$, avec a, b, a' et b' réels.

Si $a = a'$ alors leurs représentations graphiques sont des **droites parallèles** entre elles.

1 : Identifier le coefficient directeur a et l'ordonnée à l'origine b de chacune des fonctions.

$f(x) = 4x + 5$ $a = \cdots$ et $b = \cdots$; $g(x) = 18x$ $a = \cdots$ et $b = \cdots$

$h(x) = x + 6$ $a = \cdots$ et $b = \cdots$; $i(x) = -x - 4$ $a = \cdots$ et $b = \cdots$

$j(x) = 4x + 5$ $a = \cdots$ et $b = \cdots$; $k(x) = 1{,}2x + 0{,}25$ $a = \cdots$ et $b = \cdots$

2 : Écrire l'expression algébrique de chaque fonction affine suivante :

$a = 5$ et $b = 2$ $alors$ $f(x) =$; $a = -1$ et $b = -10$ $alors$ $g(x) =$

$a = 0{,}6$ et $b = -2$ $alors$ $g(x) =$; $a = -1{,}4$ et $b = 1$ $alors$ $h(x) =$

$a = 0$ et $b = 4$ $alors$ $i(x) =$; $a = 1$ et $b = 100$ $alors$ $j(x) =$

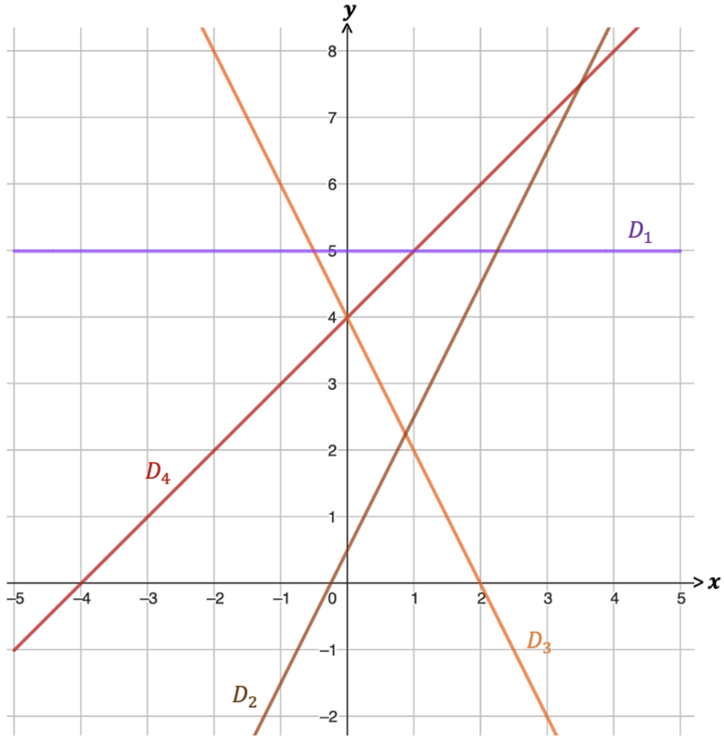
3 : Associer à chaque fonction sa représentation graphique

$f(x) = x + 4$ • • D_1

$f(x) = -2x + 4$ • • D_2

$f(x) = 2x + 0{,}5$ • • D_3

$f(x) = 5$ • • D_4



4 : Soit f une fonction affine définie sur **[-3 ;3]** par : $f(x) = \frac{-x}{2} + 5$

Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$		6				4

5 : Soient les équations réduites de droites suivantes. Sans les tracer, **indiquer** les droites parallèles entre elles.

$D_1 : y = 3 - 7x$ $\quad D_2 : y = 3x - 7$

$D_3 : y = -3 - 7x$ $\quad D_4 : y = 3x + 7$

$D_5 : y = 7x + 3$ $\quad D_6 : y = -3x + 7$

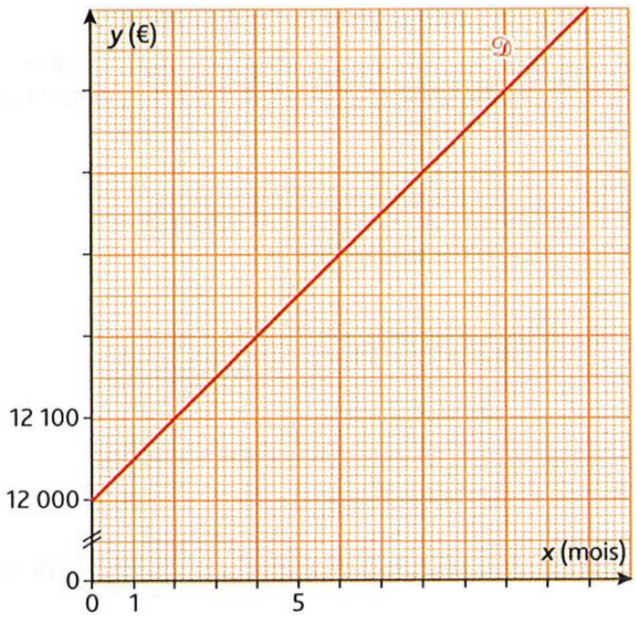
6 : Le tableau de valeurs d'une fonction affine f est donné ci-contre :

x	1	2	5	10
$f(x)$	1	4		

1) **Donner** l'expression algébrique de la fonction affine f.

2) **Compléter** le tableau de valeurs.

7 : La droite D du graphique ci-dessous représente la valeur acquise (Capital + Intérêts) par une somme de 12 000 € placée à un taux annuel de 5% pendant x mois.



1) Déterminer l'équation de la droite *D*

2) Lire sur le graphique la valeur acquise au bout de 10 mois de placement.
Retrouver ce résultat par le calcul.

3) Lire sur le graphique la durée de placement correspondant à une valeur acquise de 12 300 €.
Retrouver ce résultat par le calcul.

8 : La consommation maximale d'oxygène ou VO_2 max (volume maximal d'oxygène) est un indicateur de la condition physique d'une personne.
Pour estimer la consommation en oxygène de Bryan en fonction de sa fréquence cardiaque, son coach sportif réalise une mesure au repos et une mesure à l'effort. Les résultats figurent dans le tableau suivant.

	Repos	**Effort**
Fréquence cardiaque (battement/min)	70	140
VO_2 (L/min)	0,24	1,5

Problématique : Quelle est la VO_2 max de Bryan ?

1) On modélise la situation par une fonction affine f qui, à la fréquence cardiaque x (en battement/min) associe le volume d'oxygène consommé $f(x)$ (en L/min).
Calculer le taux d'accroissement « a » de la fonction f.

2) **Calculer** l'ordonnée à l'origine b de la fonction f

3) **En déduire** l'expression de la fonction f

4) Soit g la fonction définie par $g(x) = 207 - 0{,}7x$ sur l'intervalle [0 ;100] où x est l'âge de la personne et $g(x)$ la fréquence cardiaque maximale (FCM) en battement par minute.
Donner le taux d'accroissement $\mathbf{a_2}$ et l'ordonnée $\mathbf{b_2}$ de la fonction g.

5) **Indiquer** le sens de variation de la fonction g. Justifier

6) Bryan a 40 ans. **Déterminer** sa FCM

7) **Répondre** à la problématique

3. FONCTION CARRÉE

1. Expression algébrique

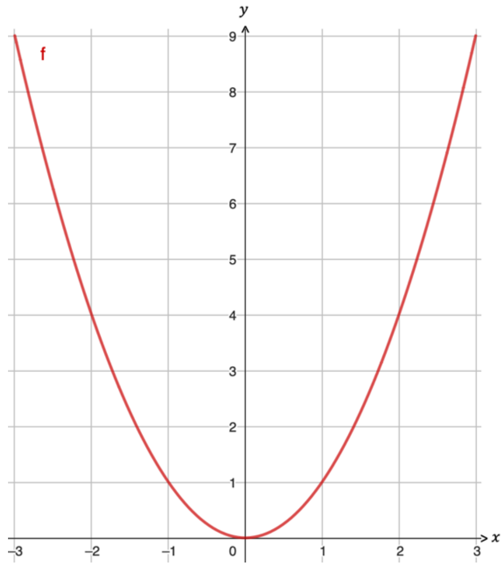
Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[a\,;b]$ $f(x) = x^2$

2. Tableau de valeurs

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	3

3. Tableau de variation avec a < 0 et b > 0

x	a	0	b
f	a^2		b^2
		0	



$$f(a) = a^2$$

$$f(b) = b^2$$

4. Représentation graphique

La courbe représentative de la fonction carrée s'appelle une **parabole.**

5. Somme d'une fonction f et d'une constante k.

Lorsqu'on **additionne** une constante k à une fonction f, celle-ci subit un décalage vertical vers le haut si $k > 0$ et vers le bas $si\ \ k < 0$

Les variations de la fonction **ne sont pas modifiées.**

6. Multiplication d'une fonction f par une constante k.

La multiplication d'une fonction f par une constante k a des conséquences différentes suivant le **signe** de $\boldsymbol{k}$:

- si $k > 0$, l'allure générale de la courbe ne change pas : les variations de la fonction **ne sont pas modifiées.**
- si $k < 0$, les variations de la fonction sont **inversées.**

Remarque : $si\ \ k = -1$, la représentation graphique de la fonction étudiée est **symétrique** de la fonction carrée par rapport à **l'axe des abscisses.**

Tableau de variations pour $a < 0 < b$

x	a	0	b
f		0	
	a^2		b^2

THÈME : FONCTION CARRÉE			
NIVEAU	■ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

1 : Relier chaque nombre à son carré.

x	3	0,5	-4	2	-3	-0,5	-2

x^2	0,5	16	0,25	4	2,5	9	-9

2 : Soit f la fonction carrée définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$

Calculer $f(-8) =$ $f(10) =$ $f(0{,}1) =$

$f(-0{,}5) =$ $f\left(\frac{2}{3}\right) =$

3 : Soit f la fonction carrée définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$

a) **Calculer** l'image de 7 et l'image de -3 par f.

b) **Donner** les deux antécédents de 9 par f.

c) **Indiquer** le nombre qui n'a qu'un antécédent par f.

d) **Citer** un nombre qui n'a pas d'antécédent par f.

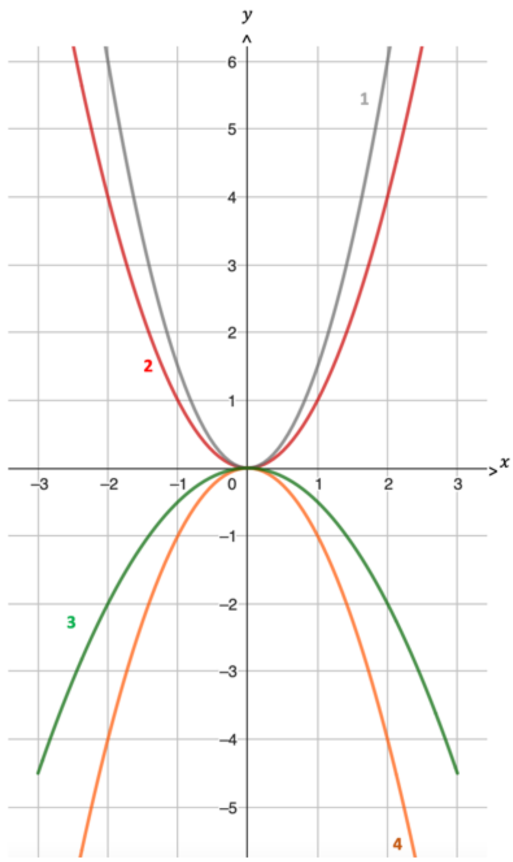
4 : Associer chaque fonction à sa courbe relative.

$f_1(x) = x^2$ • • C1

$f_2(x) = -x^2$ • • C2

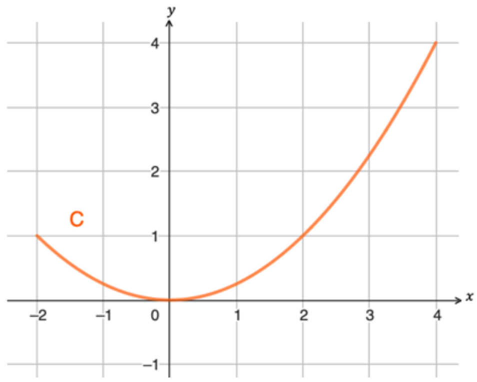
$f_3(x) = 1{,}5x^2$ • • C3

$f_4(x) = -0{,}5x^2$ • • C4



5 : La fonction $f(x) = 0{,}25x^2 \ est \ définie \ sur \ [-2; 4]$.

Sa courbe représentative C est tracée sur le repère ci-contre.



1) **Compléter le** tableau de valeur en utilisant les fonctionnalités de la calculatrice.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$							

2) **Compléter** le tableau de variations de la fonction f.
3) **Résoudre** graphiquement l'équation $0{,}25x^2 = 1$.

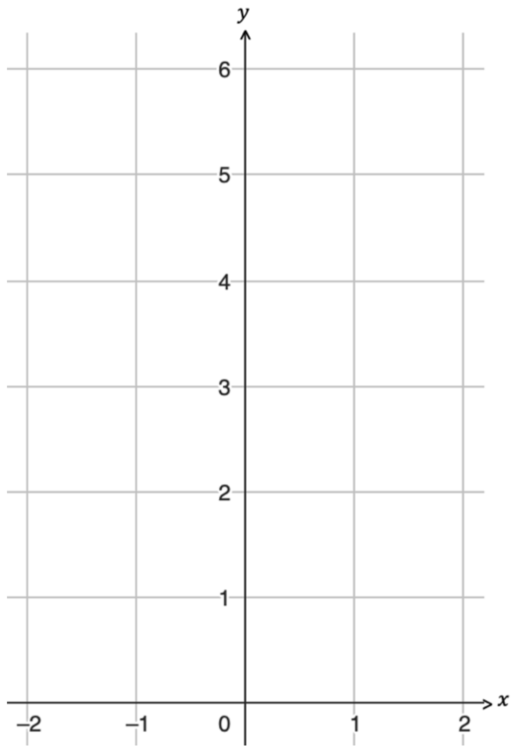
x	-2	0	4
f			

6 : La fonction $f(x) = x^2$ est définie sur $[-2; 2]$

1) **Dresser** le tableau de variation de la fonction f.

2) **En déduire** le tableau de variations de la fonction g définie par : $g(x) = x^2 + 2$ sur $[-2; 2]$

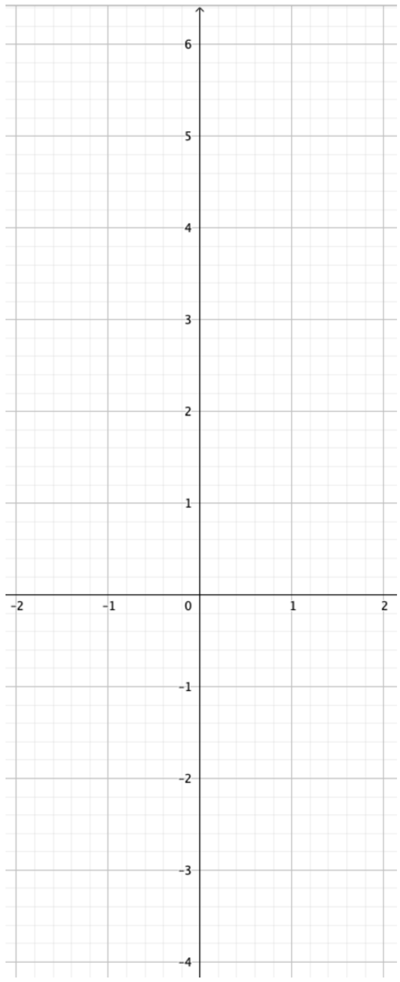
3) **Tracer** la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessous.



x	-2	0	2
f			

x	-2	0	2
g			

<u>7 :</u> La fonction $f(x) = x^2$ est définie sur $[-2; 2]$ est représentée ci-dessous.



1) **Dresser** le tableau de variations de la fonction *g* définie par $g(x) = 1{,}5x^2$ sur $[-2; 2]$.

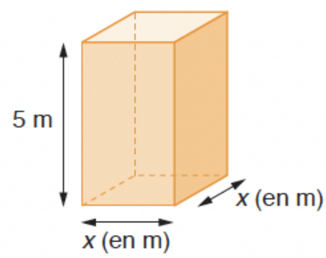
x	-2	0	2
f			

2) **Dresser** le tableau de variations de la fonction *h* définie par $h(x) = -x^2 sur [-2; 2]$

x	-2	0	2
f			

3) **Tracer** les courbes représentatives des fonction *g* et *h* dans le repère ci-dessus.

<u>8 :</u> Pierre est responsable de la gestion des déchets sur une petite île. Pour transporter les déchets sur le continent, l'île doit acquérir un caisson.
Le volume des déchets une fois compactés est de 15 m^3 par jour.
Une entreprise spécialisée lui propose des caissons de compactage de différents volumes. Ils ont tous une base carrée et une hauteur de 5 m.



On modélise le volume du caisson de compactage en fonction de la mesure x du coté de la base carrée par la fonction $V(x) = 5x^2$ sur l'intervalle $[1; 4]$

1) **Donner** le sens de variation de la fonction V sur cet intervalle. **Justifier.**
2) Pierre souhaite pouvoir stocker 3 jours de déchets dans le caisson.
   Déterminer l'équation qui permet d'obtenir la valeur de x correspondant à cette condition.
3) **Résoudre** cette équation algébriquement.
4) **Retrouver** le résultat de la question précédente par une résolution graphique via la calculatrice.
5) **Donner** les dimensions du caisson qui permet de stocker jusqu'à 3 jours de déchets.

4. FONCTION POLYNOME DU 2ND DEGRE

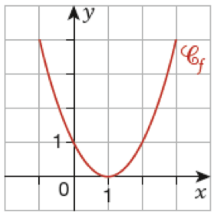
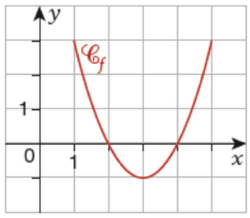
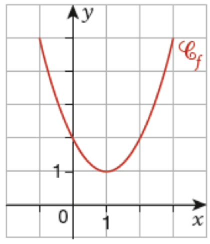
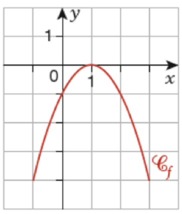
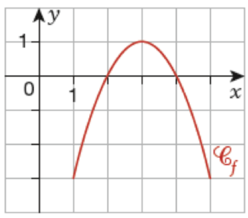
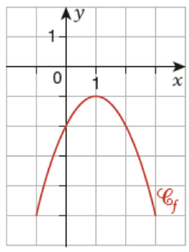
Soit $a,\ b,\ c$ trois nombres réels avec $a \neq 0$

1. Fonction polynôme de degré 2 à coefficients réels

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction f de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c, avec\ \ x\ \ un\ \ nombre\ \ réel.$$

2. Solution de l'équation $f(x) = 0$ où f est une fonction polynôme de degré 2.

	Une solution x_1	Deux solutions x_1 et x_2	Aucune solution
$a > 0$			
$a < 0$			
$f(x)$ s'écrit	$f(x) = a(x - x_1)^2$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$f(x)$ n'est pas factorisable

3. Éléments caractéristiques de la courbe représentative

La courbe représentative de cette fonction admet :

- un sommet en $x_s = \frac{-b}{2a}$
- un axe de symétrie vertical passant par ce sommet.

4. Somme et produit des racines d'un polynôme du second degré.

Les racines d'un polynôme de degré 2 sont les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

La somme et le produit des racines sont égales à : $S = \frac{-b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$

5. Résolution de l'équation $f(x) = g(x)$ – Résolution de l'inéquation $f(x) < g(x)$

Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ revient à rechercher les abscisses des points d'intersections des courbes représentatives des fonction $fetg$.

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$ revient à rechercher l'intervalle des valeurs des abscisses pour lesquelles la courbe représentative de la fonction f est située en dessous de celle de la fonction g.

THÈME : FONCTION POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

NIVEAU	■ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

1 : **Développer** et **réduire** les expressions suivantes.

1) $(x+3)(x+5) =$

2) $(x-7)(x+2) =$

2 : Pour chacune des fonctions suivantes, **déterminer** la valeur du coefficient a et en **déduire** l'allure de la courbe représentative de la fonction.

1) $f(x) = 3(x^2 - x)$ a = entourer l'allure : $\cap$ $\cup$

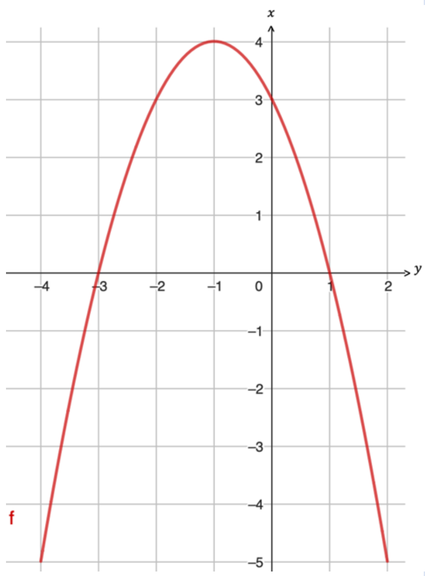
2) $f(x) = -8(x-1)(x+4)$ a = entourer l'allure : $\cap$ $\cup$

3 : **Donner** les coefficients a, b et c des fonctions de degré 2 suivantes.

1) $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ $a =$; $b =$; $c =$

2) $g(x) = -4x^2 - 5x + 19$ $a =$; $b =$; $c =$

4 : La fonction f est définie par $f(x) = -x^2 - 2x + 3$



Déterminer les racines de f.

Combien de solutions admet l'équation : $-x^2 - 2x + 3 = 5$

Utiliser le graphique ci-contre pour résoudre l'équation $f(x) = 3$

5 : On considère l'équation : $2x^2 - 10x + 8 = 0$

1) Parmi les nombres 0 ; 1 ; 2 et 4, quels **sont** ceux qui sont solutions de cette équation ?

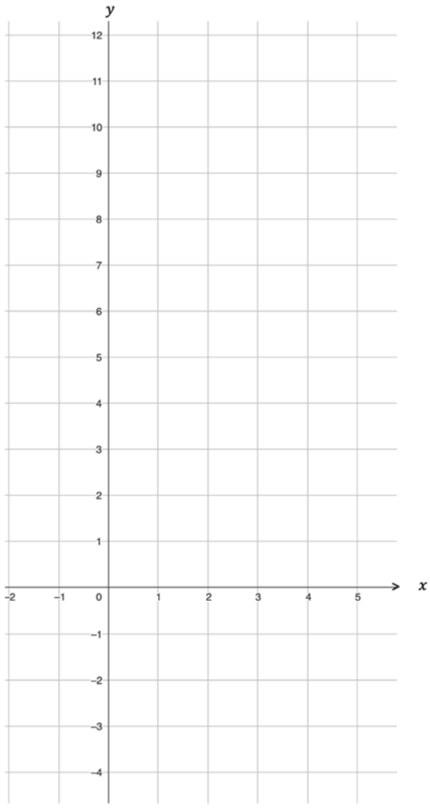
2) **Factoriser** l'expression $p(x) = 2x^2 - 10x + 8 = 0$

3) La fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\,;\ 6]$ par $f(x) = 2(x-1)(x-4)$

a. **Tracer** dans le repère ci-contre la représentation graphique de f

b. **Compléter** le tableau de signes suivant :

x	$\dots$		$\dots$		$\dots$
$Signe\ de\ f(x)$	$\dots$	$\dots$	$\dots.$	$\dots$	$\dots$



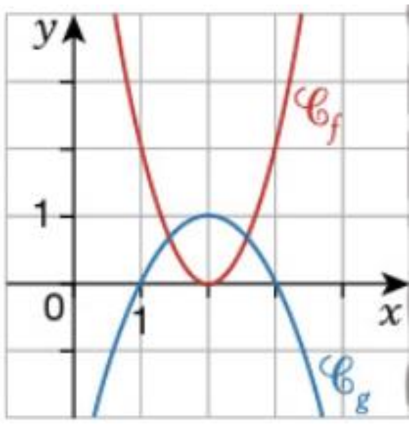
6 : Les fonctions $f(x) = 2x^2 - 8x + 8$ et $g(x) = -x^2 + 4x - 3$ sont représentées ci-contre.

1) **Visualiser** le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$
2) **Donner** la (ou les) solution(s) de cette équation :

3) **Exprimer** ***f*** sous forme factorisée :

4) **Visualiser** le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$
5) **Donner** la (ou les) solution(s) de cette équation :

6) **Exprimer** g sous forme factorisée



7 : **Construire** le tableau de signes du polynôme $f(x) = 4(x-3)(x+2)$ sur $[-4; 4]$.

x	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$f(x)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Construire le tableau de signes du polynôme $g(x) = 3(x-4{,}2)^2$ sur $[-4; 4]$.

x	$\dots$		$\dots$		$\dots$
$g(x)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

8 : La consommation en carburant (en litre pour 100 km) d'une automobile peut être calculée par la relation : $f(x) = 0{,}001x^2 - 0{,}16x + 11{,}7 \;\; avec\; x \in [20; 130]$ où x représente la vitesse en km/h

1) **Calculer** la consommation pour une vitesse de 120 km/h.

2) **Repérer**, sur le graphique, la vitesse pour laquelle la consommation est minimale.

3) **Calculer** alors la consommation minimale.

4) **Visualiser** la fonction f à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel de géométrie dynamique.
5) **Dresser** le tableau de variations de la fonction f.

Tableau de variation

x	
f	

9 : Une entreprise de nettoyage réalise une étude concernant l'évolution du montant de ses recettes. Soit f la fonction qui représente ce montant entre 2024 et 2034. f est définie sur l'intervalle [0 ; 10] $f(x) = -2000x^2 + 19500x + 110000$
Avec f le montant des recettes en euros et x l'année ($x = 0$ correspond à l'année 2024).
Problématique : Quel est le montant maximal des recettes de l'entreprise et en quelle année sera-t-il réalisé ?

1) **Calculer** le montant des recettes pour l'année 2024.

2) À l'aide de la calculatrice, **représenter** la fonction f.

3) **Compléter** le tableau de variations de la fonction f donné ci-contre.

4) **Donner** la valeur de x pour laquelle f est maximale.

5) **Répondre** à la problématique

Tableau de variation

x	
f	

10 : Le musée d'Orsay à Paris est ouvert de 9h30 à 18h le lundi.
Marine et Julien souhaitent se rendre au musée mais ils préfèrent éviter la foule.
La fonction f définie sur l'intervalle [9,5 ; 18] indique le nombre moyen f de visiteurs du musée d'Orsay en fonction de l'heure x de la journée :

$$f(x) = -156x^2 + 4300x - 26739.$$

Problématique : A quel moment de la journée le nombre de personnes dans le musée sera-t-il inférieur à 2 500 visiteurs ?

1) **Proposer** une méthode permettant de répondre à la problématique.

2) **Réaliser** la méthode proposée et **répondre** à la problématique

$info: 12{,}196h = 12 = 0{,}196 \times 60 \approx 12h11minutes.$

5. FONCTION INVERSE

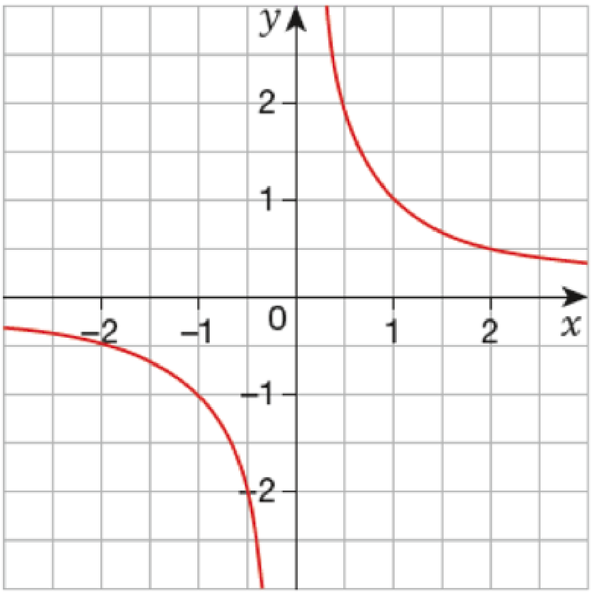
$$f(x) = \frac{1}{x} \quad , x \neq 0$$

La fonction inverse **n'est pas définie pour** $x = 0$

La dérivée de la fonction inverse f est $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

1. Représentation graphique

La fonction inverse est décroissante et représentée par une courbe appelée **hyperbole.**



2. Tableau de variations :

x		0	
Signe de $f'(x)$	−	‖	−
f	↘	‖	↘

1 : La distance parcourue par une voiture, réservoir plein, en fonction de sa consommation de carburant, est donnée par la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4250}{x}$$ où x est la consommation en L pour 100km.

a) Compléter à l'aide de la calculatrice le tableau de valeurs suivant.

b) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f .

Tableau de valeurs

x	5	7	9	12
$f(x)$				

c) Déterminer le signe de la fonction dérivée sur l'intervalle [5 ;12].

Tableau de variations

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

d) Compléter le tableau de variations de la fonction f.

2 : Compléter le tableau avec la fonction dérivé de chacune des fonctions suivantes définies pour tout nombre x non nul.

Fonction	Fonction dérivée
$f_1(x) = -2 \times \frac{1}{x}$	$f_1'(x) =$
$f_2(x) = 1{,}5x^2 + \frac{3}{x}$	$f_2'(x) =$
$f_3(x) = 1 + \frac{1}{4x}$	$f_3'(x) =$
$f_4(x) = \frac{-4}{3}x - 3x + 8$	$f_4'(x) =$
$f_5(x) = x + x^2 - \frac{1}{x} + 7$	$f_5'(x) =$

a) Étudier le signe de $f_1'(x)$.

Tableau de variations

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

b) Compléter le tableau de variations de la fonction f_1.

3 : Soit f la fonction définie pour tout nombre x négatif et f' sa dérivée telle que

$$f'(x) = \frac{1}{5x^2} - 7x$$

Montrer, sans utiliser d'outils numériques, que la fonction f est croissante sur l'ensemble des nombres réels négatifs.

4 : Soit f la fonction définie sur [0 ;1] par : $f(x) = -8x + 5 - \frac{1}{2x}$

a) **Déterminer** la dérivée f' de la fonction f.

b) **Déterminer** l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe C_f représentative de la fonction f, au point A d'abscisse 0,5.

c) **Utiliser** un outil numérique pour représenter graphiquement la fonction dérivée f'.
Avec $Ymin = -10; Ymax = 50$

d) **Étudier** le signe de $f'(x)$ en utilisant la représentation graphique de f'.

e) **Compléter** le tableau de variations de la fonction f

x	
$Signe\ de\ f'(x)$	
$Variations\ de\ f$	

5 : Le responsable d'un magasin analyse le coût unitaire de gestion de son stock d'imprimantes afin de réduire son empreinte carbone et d'être plus respectueux de l'environnement.
Il estime que ce coût $C(x)$, en euros, est lié au nombre x de commandes :

$$C(x) = 2x + 40 + \frac{450}{x}, x \in [5; 30]$$

a) **Calculer** le prix unitaire lorsque $x = 10$

b) **Montrer** que C', la fonction dérivée de la fonction C, peut s'écrire : $C'(x) = \frac{2x^2 - 450}{x^2}$

c) **Vérifier** que $x = 15$ est solution de l'équation $2x^2 - 450 = 0$

d) **Dresser** le tableau de variations de la fonction C sur l'intervalle $[5; 30]$.

e) **Déterminer** le nombre de commandes à passer afin d'obtenir un coût unitaire de gestion du stock minimum.

f) **Calculer** le montant de ce coût.

6 : Une entreprise doit fabriquer des caisses en plastique pour un producteur de pommes. Le producteur demande que chaque caisse ait un volume de $0{,}3m^3$ et une longueur L fixée à $1{,}2m$. Pour des raisons de coût de production, l'entreprise cherche à utiliser un minimum de plastique.

Problématique : Quelle hauteur x (en mètres) possède la caisse qui utilise le minimum de plastique ?

On modélise la situation de la fonction f définie sur $[0{,}2; 1]$ par :

$f(x) = 2{,}4x + 0{,}5 + \frac{0{,}3}{x}$, $f(x)$ représente l'aire totale (en mm²) des 5 faces d'une caisse.

a) Calculer $f(0{,}5)$, puis dire ce que représente concrètement le résultat obtenu dans la situation étudiée.

b) Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

c) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe C_f représentative de la fonction f, au point A d'abscisse 0,5.

d) Utiliser l'outil numérique pour représenter graphiquement la fonction dérivée f' sur l'intervalle $[0{,}2\,;1]$ $avec\ Ymin = -5\ \ et\ \ Ymax = 2{,}5$

e) Utiliser la représentation graphique pour étudier le signe de $f'(x)$. Arrondir à 10^{-3}

f) Dresser le tableau de variations de la fonction f. Arrondir à 10^{-1}

Répondre à la problématique

6. FONCTION CUBE

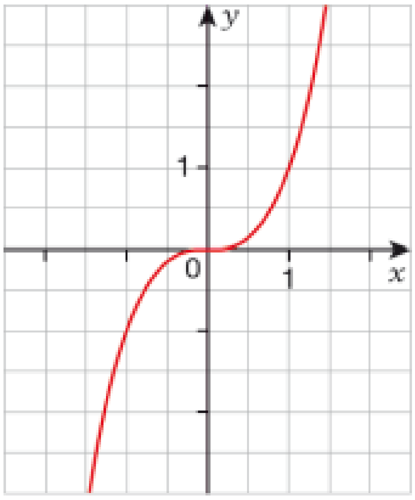
1) **Expression algébrique :** Pour tout nombre réel x : $f(x) = x^3$

2) **Fonction dérivée** : $f'(x) = 3x^2$

3) **Tableau de variations**

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$+$
Variations de $f(x)$	↗		

En $x = 0$, la représentation graphique de la fonction cube admet une tangente horizontale car $f'(0) = 0$ mais la fonction cube ne possède pas d'extremum local.



7. FONCTION POLYNOME DE DEGRE 3

1) **Expression algébrique** : soit quatre nombres réels a, b, c et d.
Une fonction polynôme de degré 3 s'écrit : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

2) **Fonction dérivée** :

La fonction dérivée f' d'une fonction polynôme de degré 3 s'obtient à partir des fonctions dérivées associées aux fonctions de référence ci-contre.

$f(x)$	$f'(x)$
$k(nombre\ réel)$	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$

3) **Tableau de variations d'une fonction polynôme de degré 3 et extrema locaux**

La fonction dérivée f' d'un polynôme de degré 3 est un polynôme de degré 2 et admet 0, 1 ou 2 racines.
L'étude du signe de celle-ci permet de déduire les variations de la fonction f.

f' possède :		aucune racine	1 racine : x_1	2 racines : x_1 et x_2 $x_1 < x_2$
$a > 0$	x	$-\infty$ $+\infty$	$-\infty$ x_1 $+\infty$	$-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$
	$f'(x)$	$+$	$+$ 0 $+$	$+$ 0 $-$ 0 $+$
	f	↗	↗ $f(x_1)$ ↗	↗ $f(x_1)$ ↘ $f(x_2)$ ↗
$a < 0$	x	$-\infty$ $+\infty$	$-\infty$ x_1 $+\infty$	$-\infty$ x_1 x_2 $+\infty$
	$f'(x)$	$-$	$-$ 0 $-$	$-$ 0 $+$ 0 $-$
	f	↘	↘ $f(x_1)$ ↘	↘ $f(x_1)$ ↗ $f(x_2)$ ↘
Extrema		f n'admet pas d'extremum local		f admet 2 extrema locaux : un maximum local et un minimum local

4) **Nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = c$ ou c est un nombre réel.**

Les solutions de cette équation sont les valeurs approchées des abscisses des points d'intersection de la représentation graphique de la fonction f et de la droite d'équation $y = c$.
Il peut y avoir aucune, une deux ou trois solutions.

Le tableau de variations permet de déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = c$

THÈME :	FONCTION CUBE ET POLYNOME DE DEGRE 3		
NIVEAU	■ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^3$

a) Calculer $f(-1)$ et $f(2)$

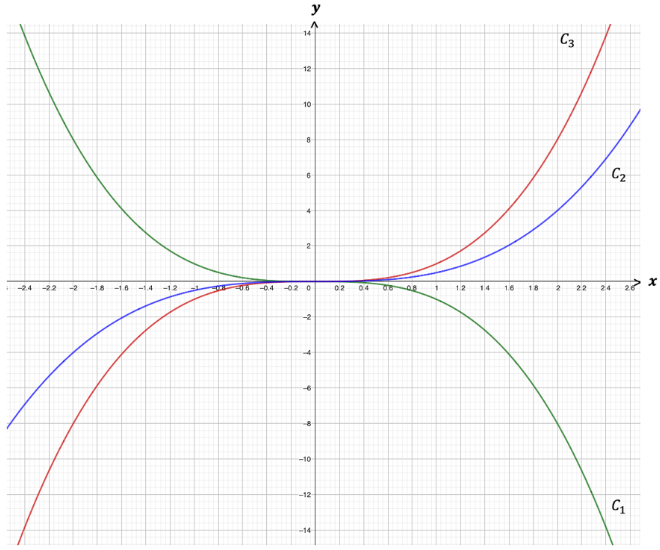
b) **Déterminer** l'expression littérale de la fonction dérivée $f\,'$ de la fonction f.

2 : **Associer** à chacune des représentations graphiques ci-dessous son expression algébrique.

$f(x) = x^3$ • • C_1

$f(x) = -x^3$ • • C_2

$f(x) = \frac{1}{2}x^3$ • • C_3



3 : On considère le tableau de variations ci-contre d'une fonction f définie sur $[-5; 5]$.

x	-5		-2		1		5
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	2	↘	-3	↗	3	↘	-2

a) **Déterminer** l'image de 1 par la fonction f.

b) **Indiquer** l'antécédent de -3 par la fonction f.

c) **Indiquer** les valeurs de x pour lesquelles la fonction dérivée s'annule.

d) **Donner** le nom particulier des points atteints par f avec ces valeurs.

4 : **Déterminer** la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes.

$f(x) = 2x^3 + 5$ $\quad$ $g(x) = 3x^3 - x^2 + 6$

$h(x) = -4x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ $\quad$ $i(x) = 2x^3 - x^2 - x + 3$

$j(x) = -x^3 - 3x^2 - 3x - 2$ $\quad$ $l(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

$m(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ $\quad$ $n(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

5 : Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-3;3]$ par $f(x) = 0{,}6x^3$.

1) **Déterminer** l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.

2) **Donner** le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-3;3]$

3) **Dresser** le tableau de variations de f

Tableau de variations

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

6 : Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-3;3]$ par $f(x) = x^3 - 3x$.

1) **Déterminer** $f'(x)$

2) **Montrer** que $f'(x)$ peut s'écrire :
$f'(x) = 3(x+1)(x-1)$

3) **En déduire** les valeurs de x telles que $f'(x) = 0$

Tableau de variations

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

4) **Dresser** le tableau de variations ci-dessous.
5) **Préciser** les valeurs des extrema locaux de la fonction f. -2 et 2.

6) **Vérifier** vos variations en traçant la représentation graphique de la fonction f à l'aide d'un outil numérique.

7 : Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par $f(x) = x^3 - \frac{33}{4}x^2 - \frac{63}{2}x + \frac{1}{3}$

1) **Déterminer** l'expression de la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction f.

2) En utilisant le solveur d'équations de la calculatrice, **déterminer** les solutions de l'équation

3) **Étudier** le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;10]$

Tableau de variations

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

4) **Compléter** le tableau de signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f.

8 : Le gérant d'une grande surface souhaite améliorer la fluidité des passages en caisse le samedi. Le nombre $f(x)$ de clients présents dans le magasin en fonction de l'heure x est donné par :

$$f(x) = -4x^3 + 180x^2 - 2592x + 12500 \; pour \;\; x \in [10\,;20]$$

a) **Préciser** les heures d'ouverture du magasin.

b) **Calculer** le nombre de clients présents dans le magasin aux horaires suivants : 11h et 17h.

c) **Déterminer** la fonction dérivée f' de la fonction f pour tout $x \in [10; 20]$

d) **Déterminer** les valeurs qui annulent la dérivée à l'aide d'un outil numérique.

e) **Compléter** le tableau de variations suivant.

f) **Préciser** les extrema locaux de la fonction f.

g) **Donner** l'heure à laquelle la fréquentation du magasin est la plus faible.

Tableau de variations

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

h) **Indiquer** l'heure à laquelle il sera nécessaire de prévoir un maximum de caisses ouvertes.

9 : Jessy veut créer un mini pot de fleur rectangulaire à partir d'une planche de bois de longueur $2{,}70m$.

Problématique : Quelles doivent être les dimensions du pot de fleur pour que sa surface soit maximale.

a) Soit l la largeur du potager, en cm. **Donner** l'expression de la longueur L du potager, en cm, en fonction de l.
b) **Donner** l'expression de l'aire $S(l)$ du pot de fleur en fonction de l
c) **Déterminer** l'expression de la fonction dérivée de la fonction S définie sur]0 ; 1,35[
d) **Étudier** le signe de $S'(l)$ sur]0 ; 1,35[
e) **Étudier** les variations de S sur l'intervalle]0 ; 1,35[
f) **Répondre** à la problématique

1. La forme algébrique d'un nombre complexe

Tout nombre complexe z s'écrit sous **la forme algébrique** : $z = a + ib$, a et b étant des réels.

a est appelée **partie réelle** de z, notée $Re(z)$ et b est appelée **partie imaginaire** de z, notée $Im(z)$

Si b = 0, alors z = a et z est un réel. Si a = 0, alors z = ib et z est un imaginaire pur.

2. Représentation graphique

On se place dans un plan rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A tout point M de coordonnées $(a; b)$ on peut associer le nombre complexe $z = a + ib$, on dit que

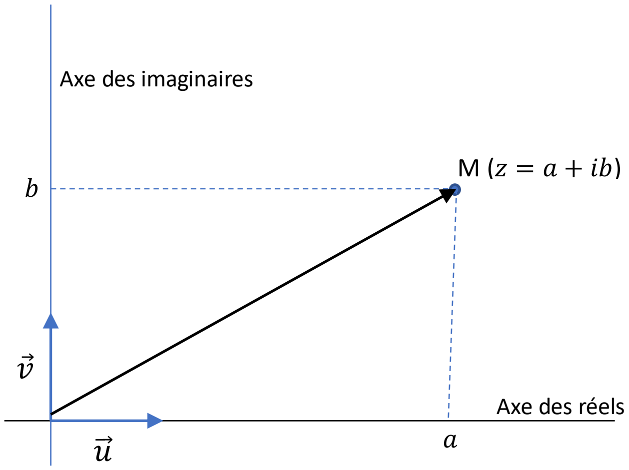
$z = a + ib$ est **l'affixe** du point M.

a correspond à **son abscisse**

et b correspond à **son ordonnée**.

A tout vecteur $\overrightarrow{OM}$ de coordonnées $(a; b)$, on peut associer le nombre complexe $z = a + ib$, on dit que $z = a + ib$ est **l'affixe** du vecteur $\overrightarrow{OM}$.

M est appelé **image** du nombre complexe z.



3. Conjugué d'un complexe

On appelle **conjugué** d'un nombre complexe $z = a + ib$, le nombre $\bar{z} = a - ib$. (on lit z *barre*).

On l'obtient en changeant uniquement le signe de la partie imaginaire.
Graphiquement, le point M_2 d'affixe $\bar{z}$ est <u>le symétrique</u> de M_1 d'affixe z par rapport à l'axe des abscisses.

4. Calculs avec des nombres complexes

Soient deux nombres complexes z et z' tels que $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$:

z et z' sont égaux si et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

$$z = z' \text{ si et seulement si } a = a' \text{ et } b = b'$$

La somme de deux nombres complexes est donnée par : $z + z' = (a + a') + i(b + b')$

Le produit d'un nombre complexe par un réel k est donné par : $kz = ka + ikb$

Le produit de deux nombres complexes est donné par : $zz' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$

THÈME :	NOMBRES COMPLEXES		
NIVEAU	■ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	☐ EXPERT

1 : Partie réelle, Partie imaginaire, Conjugué

Rechercher la partie réelle, la partie imaginaire et le conjugué des nombres complexes suivants

$z_1 = 3 + 2i$

$a = Re(z) =$...........

$b = Im(z) =$.............

$\overline{z_1} =$....................

$z_2 = -2 - i\sqrt{3}$

$a = Re(z) =$..........

$b = Im(z) =$...........

$\overline{z_2} =$....................

$z_3 = 5$

$a = Re(z) =$..........

$b = Im(z) =$...........

$\overline{z_3} =$....................

$z_4 = 6i$

$a = Re(z) =$..........

$b = Im(z) =$...........

$\overline{z_4} =$....................

2 : Somme de nombres complexes

Soient $z_1 = 1 + 2i$ et $z_2 = -2 - 4i$

- **Calculer** $z_1 + z_2 =$
- **Calculer** $z_1 - z_2 =$
- **Calculer** $z_1 + \overline{z_2} =$

3 : Produit d'un nombre complexe avec un réel

Soient $z_1 = -1 + 3i$ et. $z_2 = 2 - 2i$

- **Calculer** $2z_1$ =

- **Calculer** $-3z_2$ =

4 : Produit de deux nombres complexes.

Soient $z_1 = -1 + i$ et $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$

- **Calculer** $z_1 \times z_2$ =

- **Calculer** $z_1 \times \overline{z_1}$ =

THÈME :	NOMBRES COMPLEXES		
NIVEAU	☐ DÉBUTANT	☐ INTERMÉDIAIRE	■ EXPERT

Soient les nombres complexes suivants : $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = 2 - 2i$ et $z_3 = 4 - i$.

5 : Sommes

- **Calculer** $z_1 + z_2 =$
- **Calculer** $\overline{z_1} - \overline{z_3} =$
- **Calculer** $z_1 + \overline{z_2} - z_3 =$
- **Calculer** $2z_1 + 3z_2 =$

6 : Produits

- **Calculer** $z_1 \times \overline{z_3} =$
- **Calculer** $3z_2 \times z_3 =$
- **Calculer** $z_1 \times z_2 \times z_3 =$
- **Calculer** $z_1^2 =$

7 : Quotients

- **Simplifier** $\frac{3}{1-i} =$
- **Simplifier** $\frac{2-3i}{1+3i} =$
- **Simplifier** $\frac{2}{2-2i} =$
- **Simplifier** $\frac{i}{1+i} =$

SOMMAIRE

Vous avez désormais la possibilité de télécharger les dossiers complets contenant les exercices complémentaires ainsi que les corrections des exercices. Veuillez suivre les liens ci-dessous pour accéder aux documents nécessaires.

	THEMES	DOSSIER		CORRECTION	
		WORD	PDF	WORD	PDF
1	Langage Mathématique	W	P		
2	Priorités des opérations	W	P	W	P
3	Puissances – Fractions - racine carrée	W	P	W	P
4	Développement - factorisation - identités remarquables	W	P	W	P
5	Équations premier degré	W	P	W	P
6	Équations second degré	W	P	W	P
7	Fonctions usuelles	W	P	W	P
8	Nombres complexes	W	P	W	P